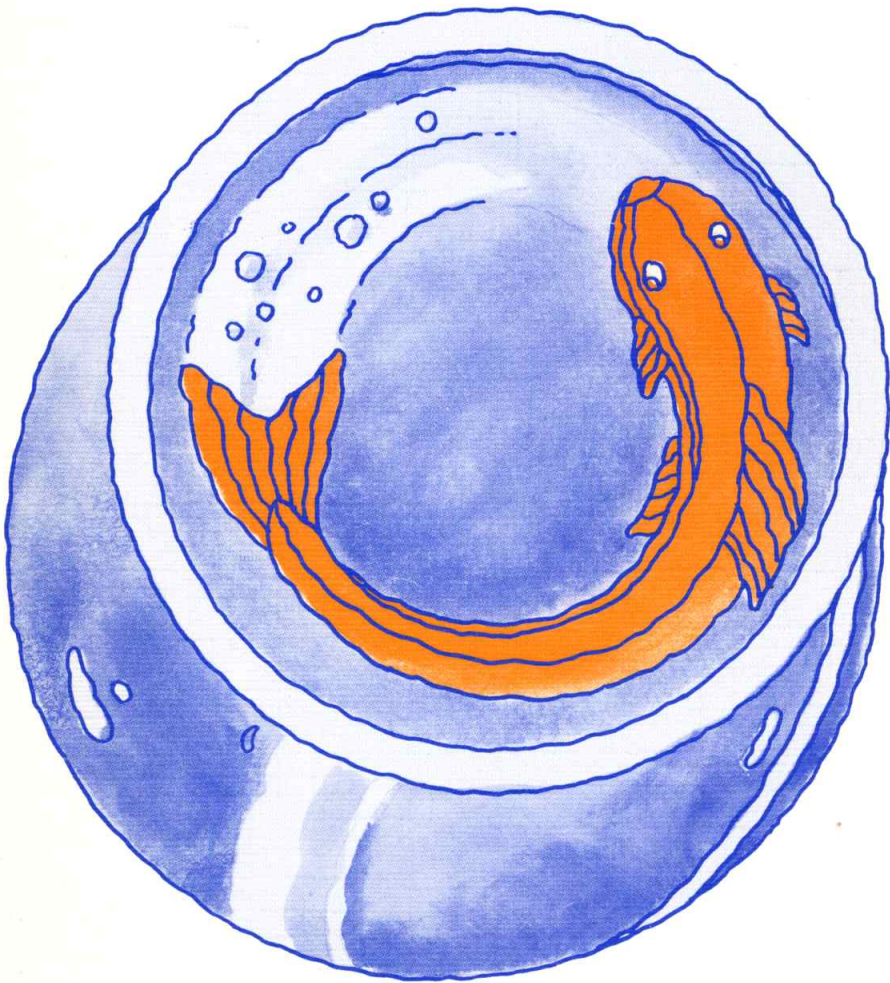


tid

Helge Kragh

F&K Forlaget



Helge Kragh

tid

F & K Forlaget

TID
af Helge Kragh

© F&K Forlaget
Slotsgade 2³
2200 København N

Omslag: Jørn Særker Sørensen
Tegninger: Tove Asmussen
Tilrettelæggelse: Steen Hoffmann
Trykt hos Budolfi Tryk, Aalborg
Mekanisk, fotografisk eller anden gengivelse
af denne bog eller dens enkelte dele er
ikke tilladt uden lovlig hjemmel.

ISBN 87-87229-15-3

1. udgave 1986.

Forord

Temaet for denne bog er tiden. Fysikken har langt fra patent på tidsbegrebet, der med lige så stor ret kan anskues ud fra andre perspektiver, f.eks. i forbindelse med psykologi, sociologi, litteratur og biologi. Bortset fra en del mere eller mindre filosofiske overvejelser har jeg valgt at koncentrere mig om de rent fysiske aspekter, og præsentere et katalog over den rolle tiden spiller i fysikkens discipliner. M.h.t. de humanistiske og sociale aspekter findes der allerede på gymnasieniveau en udmærket tekstsamling (nr.4 i litteraturlisten). På et tilsvarende niveau er de biologiske aspekter behandlet i A.Johnsson, Biologiske Ure, Viby, 1980.

På visse områder adskiller analysen af tidsbegrebet sig fra andre fysiske emner, der behandles i undervisningen. For det første er emnet rent teoretisk og ret spekulativt, med udpræget vægt på begrebsmæssige problemer. For det andet er emnet "åbent", i den forstand at der ikke findes nogen accepteret standard i fysikken m.h.t. de centrale spørgsmål om tiden. Selv blandt de ret få fysikere, der aktivt beskæftiger sig med tidens fysik, er der stor uenighed. Der er plads til spekulationer, der i andre dele af fysikken ville blive anset for betænkelige. Jeg har ikke forsøgt at skjule denne åbenhed eller mangel på afklaring. Dette vil nogle finde charmerende, mens andre vil finde det irriterende, at bogen ikke er i stand til at levere klare svar på de problemer, der diskuteres.

Der er betydelig forskel på indhold og sværhedsgrad af de forskellige kapitler. Dele af bogen (kapitlerne 4, 5 og 7) refererer til obligatorisk pensum, mens andre omhandler emner, der også vil være nye for mange lærere. I det omfang stoffet går ud over standardpensum i gymnasiet, har jeg søgt at redegøre for det i teksten. Behandlingen af kosmologi i kap. 14 er dog kun nødtørftig, idet en mere udførlig fremstilling på gymnasieniveau allerede findes i Kurt Jacobsen, Fra Big Bang er du kommet, København, 1981.

Ved udarbejdelsen af bogen har jeg støttet mig til mange kilder, hvoraf de vigtigste er nævnt i litteraturlisten. Specielt står kap. 13 i gæld til en artikel af Bjørn Felsager, "Sorte Huller", Gamma nr. 45 (1980), 3-11 og nr. 48 (1982), 3-31. Jeg har brugt nogle af kapitlerne, i en mindre færdig version, til et valgfrit emne i 1984 med daværende 2zF ved Rysensteen Gymnasium. De erfaringer, jeg fik i forbindelse hermed, takker jeg klassen for. Jeg er Helge Kastrup Olsen taknemlig for en kritik af manuskriptet og forslag til ændringer.

Desuden takker jeg Tove Asmussen for de nydelige tegninger og Steen Hoffmann for det redaktionelle arbejde.

Allerød 1985

Indholdsfortegnelse

Kapitel 1.	Tidsbegrebets udvikling.	7
Kapitel 2.	Alment om tid og kausalitet.	14
Kapitel 3.	Tidsmåling og varigheder.	21
Kapitel 4.	Tiden i klassisk mekanik.	27
Kapitel 5.	Den entropiske tidsteori.	40
Kapitel 6.	Tidspilen.	48
Kapitel 7.	Tiden i elektrodynamik og bølgelære.	50
Kapitel 8.	Samtidighed.	60
Kapitel 9.	Rumtid.	66
Kapitel 10.	Tidens relativitet.	77
Kapitel 11.	Urparadokset.	84
Kapitel 12.	Gravitation og tid.	89
Kapitel 13.	Hændelseshorisonter og sorte huller.	95
Kapitel 14.	Tid og kosmologi.	109
Kapitel 15.	Tidens begyndelse?	118
Kapitel 16.	Tiden i kvantefysikken.	122
Kapitel 17.	Elementarpartiklernes verden.	128
Litteratur.		138
Øvelser.		139

1. Tidsbegrebets udvikling

Det tidsbegreb, der er karakteristisk for mennesker i moderne industrisamfund, stammer i det væsentlige fra det 17. århundrede. Vores tid kan siges at være lineær, absolut og progressiv.

At tiden er lineær betyder, at den synes at strømme langs en linje, en tidsakse. Strømningen foregår altid i samme retning, idet den går "fremad" mod fremtiden, aldrig "tilbage" mod fortiden. Den tid, der er gået, kommer aldrig tilbage. At tiden er absolut betyder, at den altid er den samme, for alle mennesker og under alle omstændigheder. Tiden opfattes som eksisterende i sig selv, uafhængig ikke blot af menneskers bevidsthed, men også af alle andre ting i verden. Ganske vist kan vi synes, at "tiden står stille", eller at "tiden går hurtigt". Men i så fald taler vi om den subjektive tid, vores personlige og umiddelbare indtryk af tiden. Den virkelige eller fysiske tid har vi derimod ingen magt over. Den synes at være absolut og upåvirkelig. Selv om tiden i denne forstand opfattes som et passivt medium, hvori tingene sker, er den ikke ligegyldig. Tidens gang indeholder muligheden for udvikling mod et fremskridt, som så at sige er den værdi, vi kan udvinde af tiden. Det er det, der menes med at sige, at tiden også er progressiv. Tiden som en værdifuld størrelse, der indirekte kan udnyttes af mennesker, afspejles i den omfattende brug af ure. Vi kan udnytte tiden, fordi vi kan holde regnskab med den, måle den.

Den her skitserede tidsopfattelse er for moderne mennesker så naturlig, at det er svært at forestille sig væsentlig anderledes opfattelser. Alligevel er den dog ikke mere naturlig, end at den er produktet af en social og historisk udvikling. Der er tale om en tidsopfattelse, der kun er 3-400 år gammel, og som i det væsentlige er knyttet til den europæiske civilisation. Historikere og antropologer kan fortælle om andre folkeslag, der har haft et helt andet forhold til tiden, end det vi finder naturligt.

Historisk set har den herskende tidsopfattelse ikke været lineær, men cyklisk; d.v.s. at tiden billedligt blev opfattet som et langsomt drejende hjul. I mere primitive samfund, baseret på jagt og landbrug, er det naturligt at associere tiden med de naturlige

rytmer, der så afgørende præger livet: årstidernes skiften, månens faser, dyrenes vandringer, stjernebilledernes placering osv. Dette cykliske aspekt af tiden, materialiseret i det almindelige ur, er ikke nødvendigvis i modstrid med den lineære tidsopfattelse. Vi opfatter dog ikke de cykliske perioder, som f.eks. året, som egentlige udtryk for tidens gang, men som udtryk for naturfænomenernes regelmæssighed i en ellers øvrigt lineær tid. De fleste ældre kultursamfund så tiden selv som cyklisk, i den forstand at tiden gentager sig selv med meget lange perioder. Menneskets og naturens historie er et skuespil, der er blevet spillet utallige gange tidligere og vil blive spillet utallige gange senere, på nøjagtig samme måde. Alting gentager sig i al evighed. Denne opfattelse, der var dominerende i oldtiden, findes så at sige ikke mere. Med kristendommens udbredelse i Europa blev den uholdbar, idet den kristne tro jo netop bygger på to enestående hændelser, Guds skabelse af verden og Jesu korsfæstelse. Som kristen kan man ikke forestille sig, at Jesus er blevet korsfæstet mange gange tidligere og vil vedblive med at blive korsfæstet i nye perioder af den evigt gentagende tid. Den kristne kultur indeholdt en lineær tid med to naturlige fixpunkter, Guds skabelse af verden og korsfæstelsen af hans søn. Den sidste begivenhed er jo stadig det traditionelle nulpunkt for historisk tidsfastsættelse.

I antikken var det almindeligt at identificere tidens gang med himlens cykliske bevægelser. "Endog tiden selv betragtes som en cirkel", skrev Aristoteles. De græske filosoffer spekulerede over tidens natur, især i forbindelse med bevægelsesproblemet. Aristoteles var klar over den intime sammenhæng mellem tid og bevægelse: "Tid er enten bevægelse eller noget, som hører til bevægelse. ... Tid er ikke bevægelse, men kun bevægelse for så vidt som den er tællelig". For Aristoteles var tiden et mål for bevægelse, som var knyttet til ure, et slags tal: "Ikke blot måler vi bevægelsen ved hjælp af tiden, men også tiden ved hjælp af bevægelsen, thi de definerer hinanden. Tiden markerer bevægelsen, thi den er dens tal, og bevægelsen markerer tiden." Aristoteles og andre filosoffer i antikken opfattede altså i det væsentlige tiden, som givet ved bevægelse af legemer, i særdeleshed himmellegemerne. Denne opfattelse blev senere kritiseret af kirkefaderen Augustin (ca. 400 e.v.t.), der leverede en original analyse af tidsbegrebet. Vi

kan måle længden af en stang ved at finde koordinaterne til stangens endepunkter og tage differensen, $x = x_2 - x_1$. På tilsyneladende samme måde kan vi finde varigheden af en proces ved at måle tidspunkterne for processens start og ophør, $t = t_2 - t_1$. Men, indvendte Augustin, når vi måler t_2 , er t_1 der ikke længere, og når vi måler t_1 , er t_2 der ikke endnu. Vi måler tidsrum, men hvordan kan vi måle noget, der ikke er? Augustin accepterede ikke den klassiske ide om at måle tid ved legemers bevægelse. Han argumenterede således:

"Et legeme bevæger sig med forskellige hastigheder og nogle gange står det stille. Men tiden sætter os ikke blot i stand til at måle dets bevægelse, men også dets hviletilstand. Og vi siger "det var i hvile lige så lang tid, som det var i bevægelse", eller "det var i hvile dobbelt så lang tid, som det var i bevægelse Derfor er tiden ikke et legemes bevægelse."

Augustin opponerede mod at opfatte tiden som noget, der eksisterer i naturen. Hans løsning, på det han mente var tidsmålingens paradoks, var at tiden kun eksisterer i den menneskelige tanke, at den er en mental størrelse. Når man siger, at man måler tiden fysisk, f.eks. med et ur, er det slet ikke tiden man måler.

Augustins opfattelse af tiden er idealistisk (i modsætning til realistisk) og var i øvrigt tæt knyttet til teologiske overvejelser. Mange senere filosoffer har søgt at løse "tidens gåde" ved ligesom Augustin at anskue tiden mentalt eller idealistisk. For den videnskabelige udvikling har disse opfattelser rimeligvis ikke spillet nogen positiv rolle.

Selv om Aristoteles ønskede at udtrykke tiden som en talstørrelse, nåede hverken han eller andre af oldtidens tænkere frem til en kvantitativ formulering af bevægelsen, hvori tiden indgår som en uafhængig størrelse. Et tidsbegreb som vores fandtes ikke i antikkens videnskab, og man finder derfor ikke nogen kinematik eller dynamik hos de græske tænkere. En så tilsyneladende selvfølgelig ting som at definere hastighed som tilbagelagt vejstrækning pr.tid fandtes ikke i oldtiden. Antikkens og middelalderens filosoffer opfattede tidslige processer på en måde, der adskiller sig væsentlig fra den vi har lært at bruge siden det 17. århundrede. Tidslige processer blev opfattet som forandringer, et be-

greb, der er meget videre end vores bevægelsesbegreb; forandringer foregår i tiden, men er andet end blot flytningen af et legeme fra et punkt i rummet til et andet. Man forestillede sig processer i tiden som en omformning af det mulige til det virkelige, en forestilling, der ikke egner sig til matematisk behandling.

Det var først i det 16. århundrede at legemers bevægelse blev karakteriseret ved begreberne hastighed og acceleration i vor betydning af ordene. Galilei var den første, der klart brugte tiden som en matematisk størrelse i bevægelsesproblemet. Det var også Galilei, der først fandt på at repræsentere tiden geometrisk ved en ret linje, tidslinjen.

Det tidsbegreb, der begyndte at slå igennem i det 17. århundrede, var præget af det nyligt indførte mekaniske ur. Uret blev en model for tiden og tilskyndede til en abstrakt, kvantitativ og mekanisk tidsopfattelse, der var velegnet i den nye mekaniske fysik. Den ny tids videnskabelige tidsbegreb blev defineret af Newton i hovedværket PRINCIPIA: "Absolut, sand og matematisk tid eller varighed flyder jævnt og ligeligt, som følge af sin egen natur og er uafhængig af alle ydre ting; relativ, tilsyneladende og almindelig tid er et eller andet mål for varighed ved hjælp af bevægelse (som ved et urs bevægelse), som sædvanligvis bruges i stedet for den sande tid." Det særlige ved den newtonske tid er, at der postuleres en absolut tid, som flyder i sig selv, og som ikke afhænger af mennesker, ure eller naturprocesser. Dette tidsbegreb blev i det 18. århundrede alment accepteret af fysikerne, omend det ikke i praksis spillede nogen rolle for fysikken. Som Newton selv bemærker, så kan den "almindelige tid", sådan som den aflæses på ure, sædvanligvis bruges i stedet for den absolutte tid. Som en definition på tid er Newtons fastsættelse ikke bedre end Aristoteles', idet begge fanges i problemet omkring tid og bevægelse. Tiden "flyder jævnt og ligeligt", siges det. Men at noget flyder, eller bevæger sig, betyder at det flyder i tiden; tiden selv kan ikke flyde, ligesom begreberne "jævnt og ligeligt" ikke kan bruges i en definition af tid, da de selv forudsætter et begreb om tid. På trods af disse og andre indvendinger fik det newtonske tidsbegreb en næsten dogmatisk status indtil begyndelsen af vort århundrede.

Newton var klar over det problematiske i at den tid, der måles på ure, kræver bevægelser i naturen, der er regelmæssige; for tidslig regelmæssighed kan kun afgøres ved at sammenligne med andre bevægelser, ikke med den absolutte tid, der er utilgængelig for erfaringen. Problemet (se også kap. 3) er kun et problem for den relative eller almindelige tid, ikke for den absolutte tid selv, der af Gud er bestemt til at være regelmæssig eller, som Newton siger, ligelig: "Måske der slet ikke findes en ligelig bevægelse, som tiden kan måles præcist ved. Alle bevægelser er måske accelererede eller decelererede, men den absolutte tid flyder uden nogen ændring. Varigheden eller udholdenheden af tingenes eksistens forbliver den samme uanset om bevægelserne er hurtige eller langsomme, eller slet ikke er der: og derfor bør denne varighed skelnes fra det, der blot er dens sanselige mål."

Leibniz, den store filosof og matematiker, der var Newtons samtidige, kritiserede Newtons absolutte tidsbegreb. Han fremhævede, at tiden ikke er en substans i sig selv, men kun eksisterer i kraft af, at der er hændelser i verden, som kan ordnes ved hjælp af begreberne "før" og "efter". Hvis verden var helt statisk, således at intet ændredes, vil tiden så stadig eksistere? Newton ville have svaret ja, for så vidt angår den absolutte tid, men Leibniz svarede nej. Iflg. Leibniz er tiden en måde at beskrive relationer mellem hændelser på: "Tiden er en orden af rækkefølger. Øjeblikke, betragtet uden ting, er intet overhovedet; de består kun i rækkefølgen af ting."

Leibniz's tidsopfattelse kaldes relationel, idet den er baseret på relationer mellem hændelser, som det fundamentale træk i verden. Den står i modsætning til Newtons absolutte tidsopfattelse, hvorefter tiden eksisterer uafhængigt af hændelser.

Den noget senere tyske filosof, Kant, indførte et nyt perspektiv. Han opfattede tiden på samme måde som rummet, nemlig som en "anskuelleseform". Hermed mente han en nødvendig forestilling, der ligger til grund for al anskuelse eller erfaring overhovedet. Tiden er ikke afledt af erfaringen og kan ikke begrundes i fysikken. Iflg. Kant er tiden subjektiv i den betydning, at den er knyttet til de subjekter (mennesker), der erfarer tingenes bevægelser i naturen, ikke til disse bevægelser selv. "Tiden er ikke andet end den subjektive betingelse under hvilken al anskuelse

hos os må foregå. ... Tiden kan ikke være nogen bestemmelse ved de ydre fænomener. Den er hverken knyttet til tingenes rumlige udstrækning eller plads i rummet; den bestemmer derimod forholdet mellem vor indre tilstands forestillinger." Kant argumenterede at tiden nødvendigvis må være uendelig, og han søgte desuden at begrunde tidens retning i årsagsbegrebet: alle hændelser er virkninger, forårsaget af andre hændelser, og årsagen er altid og nødvendigvis før virkningen (se også kap. 2).

Kants sammenkædning af årsagsbegrebet og tidens retning, såvel som hans påstand om tidens subjektive karakter, har spillet en stor rolle i senere filosofi. Disse spørgsmål er stadig kontroversielle blandt filosoffer. Men hverken Kants, Leibniz's eller Newtons forestillinger om tidens natur spillede i praksis nogen rolle for fysikken. I det 18. og 19. århundrede indgik tiden som blot en matematisk parameter i de fysiske formler; den blev til et neutralt symbol uden dybere betydning. Tiden blev opfattet abstrakt og operationelt, d.v.s. som den talstørrelse, der aflæses på et nøjagtigt ur.

Den tidlige fysiks opfattelse af tiden var knyttet til et meget snævert tidsperspektiv, baseret på studier af biblen. Der var i det 17. århundrede almindelig enighed om, at Gud havde skabt verden ca. 4000 år f.Kr.f., og mange mente, at dommedag kun lå få hundrede år frem i tiden. Dette teologiske tidsperspektiv blev først alvorligt svækket i starten af det 19. århundrede, da naturforskere påviste, at jorden måtte have en udviklingshistorie, der strækker sig over mange millioner år. Darwinismen satte udviklingsbegrebet og tiden i et nyt lys, der også inspirerede de fysiske videnskaber. Med opkomsten af termodynamikken i midten af det 19. århundrede, og de heldige forsøg på at forklare termodynamikken mekanisk, kom de første spekulative forsøg på at give en fysisk begrundelse for tidens retning. Den østrigske fysiker Boltzmann mente, at termodynamikkens anden hovedsætning måske kunne bruges til at definere tidens retning med. Andre forskere tog denne ide op, bl.a. den engelske astronom Eddington, der i 1928 argumenterede, at entropien var en "tidspil", d.v.s. en fysisk størrelse, der angiver tidens retning (se kap. 5).

Ernst Mach, en østrigsk filosof og fysiker, påpegede omkring 1890 nogle svagheder i Newtons absolutte tidsbegreb. Mach fremhævede,

at tiden er en abstraktion, der er afledt ved iagttagelse af processer i forhold til hinanden og ikke ved iagttagelse af en proces i forhold til den absolutte tid. En proces måles altid med et konkret ur, d.v.s. gennem en anden fysisk proces. Et penduls bevægelse kan f.eks. sammenlignes med jordens rotation, og derved måles, men det har ingen mening at sammenligne bevægelsen med forløbet af den absolutte tid selv. Mach konkluderede:

"En bevægelse kan være jævn i forhold til en anden bevægelse. Men spørgsmålet hvorvidt en bevægelse i sig selv er jævn, er meningsløst. Vi er lige så lidt berettigede til at tale om en "absolut tid" - om en tid uafhængig af forandring. Denne absolutte tid kan ikke måles ved at sammenligne den med nogen bevægelse, og den har derfor hverken nogen praktisk eller videnskabelig værdi; ingen kan sige at vide noget om den. Den er et unyttigt "metafysisk" begreb."

Den kritik, som Mach og andre i slutningen af forrige århundrede rettede mod den absolutte, newtonske tid, var overensstemmende med Leibniz's gamle synspunkter. Mach formåede dog ikke at formulere sin kritik i en ny mekanik, der var alternativ til Newtons. Dette blev først gjort af Einstein, der på afgørende vis bidrog til en ny forståelse af tidens fysik. Dette skete i 1905 med relativitetsteoriens fremkomst.

Det billede af tiden, som relativitetsteorien giver, er meget anderledes, end det vi er vant til. Det vil blive gennemgået i flere af de følgende kapitler (kap. 8 - 13). Da Einstein engang blev bedt om at udtrykke relativitetsteoriens essens i en enkelt sætning, svarede han: "Hvis vi antager, at alt stof ville forsvinde fra verden, så troede man før relativitetsteorien at rum og tid ville vedblive med at eksistere i en tom verden. Men ifølge relativitetsteorien så ville der ikke længere være noget rum eller nogen tid, hvis stoffet og dets bevægelse forsvandt." Dette synspunkt, der indebærer, at tiden kun eksisterer, fordi der er fysiske processer, er naturligvis i modstrid med Newtons absolutte tid. Til gengæld er det i harmoni med Leibniz's tanker om en relationel tid.

2. Alment om tid og kausalitet

Tidsbegrebet, og specielt begrebet om en retning for tiden, er snævert knyttet til de vigtige begreber årsag og virkning. Forholdet mellem årsager og deres tilhørende virkninger, også kaldet det kausale forhold, er et af filosofiens ældste problemer og er stadig genstand for intens diskussion blandt filosoffer.

Det er et faktum, at hvis mennesker spiser arsenik i (u-)passende mængder, dør de. Vi siger, at årsagen til at de dør er, at de har indtaget arsenik, mens døden kaldes virksomheden. Formelt kan den kausale forbindelse mellem hændelserne A (årsag) og V (virkning) udtrykkes ved udsagnet:

"Hvis A forekommer, så (og kun så) vil V være resultatet af A".

Denne standarddefinition på kausalitet er en relation mellem to hændelser, hvori indgår, at V på en eller anden måde er skabt eller forårsaget af A. Det er ikke nok, at der består en konstant korrelation mellem A og V. F.eks. er arsenik altid giftigt og har altid et smeltepunkt på 312°C , uden at vi af denne grund vil sige at årsagen til arseniks giftighed er dets smeltepunkt. Desuden ser vi, at definitionen udtrykker, at A skal være en tilstrækkelig betingelse for V. Vi kan godt dø uden at have spist arsenik, men i så fald må vi finde på en anden årsag til døden.

Forbindelsen mellem kausalitet og tid ligger naturligvis i, at virkningen ved alle kendte kausale sammenhænge kommer senere end årsagen. Vi har svært ved at forestille os en virkning, der kommer før dens årsag. En person kan godt dø, før han har fået arsenik i maven, men i så fald vil den arsenik, der findes i maven, ikke blive tilskrevet en forårsagende effekt.

På trods af, at vores erfaring og måske sunde fornuft, fortæller os, at årsagen altid kommer før virkningen, er det ikke noget nødvendigt træk ved kausalitet, at det er sådan.

I den nævnte definition på kausalitet indgår tiden f.eks. ikke, og med denne definition er det i det mindste meningsfyldt at tale om årsager, der kommer senere end deres virkninger. Hvis to hæn-

delser, X og Y, er kausalt forbundne, d.v.s. at enten er X årsag til virkningen Y eller også omvendt, vil vi normalt udpege årsagen ud fra et tidskriterium: hvis X sker tidligere end Y, er X årsagen, ellers ikke. Men vi behøver ikke referere til den tidslige rækkefølge for at udpege årsagen. I stedet for et tidskriterium kunne vi anvende et s.k. interventionskriterium, der er uafhængigt af tiden: hvis vi ved at ændre på X kan forhindre Y i at forekomme, men ikke omvendt, er X årsagen til Y.

Processer, hvor årsagen kommer efter virkningen, kaldes baglænskausale. Sådanne processer er spekulative i den forstand, at de ikke kendes fra virkeligheden, men de synes ikke at være udelukket af logiske grunde. Almindelig kausalitet ("forlænskausalitet") indebærer at fremtidige hændelser, eller i det mindste nogle af disse, er bestemt af nutidige hændelser: eller, hvad der er det samme, at nutidige hændelser er bestemt af fortidens. Fremtiden er en virkning af årsager i nutiden eller fortiden. Derimod ligger fortiden fast. Hvad der en gang er sket, er sket, og det kan der ikke laves om på. Man udtrykker det nogle gange sådan, at fremtiden er åben, mens fortiden er lukket. Hvis baglænskausalitet skal have nogen mening, kan dette ikke være tilfældet, idet begrebet indebærer, at fremtidige hændelser skal kunne være årsager til fortidige (eller nutidige). Dette er en sær tanke, men den er ikke helt umulig. Hvis baglænskausalitet indebar, at vi kunne ændre på fortiden, ville den straks kunne afvises, da dette er umuligt (se nedenfor). Dette hævder tilhængere af baglænskausalitet da heller ikke. De hævder derimod, at fortiden ikke ville have været det, den var, hvis ikke nutiden (fortidens fremtid) var det, den er. I denne forstand hævdes en symmetri mellem fortid og fremtid, idet fremtiden efter almindelig opfattelse jo ikke vil være det, den vil være, hvis ikke nutiden var det, den er. Det almindelige synspunkt er dog, at baglænskausalitet ikke er et fysisk acceptabelt begreb, og at den kausale retning i virkelighedens verden altid følger den tidslige retning, d.v.s. at virkninger altid kommer senere end deres årsager.

Spørgsmålet om den kausale retning hører således sammen med spørgsmålet om tidens retning, et tema, der vil blive taget op i flere af de følgende kapitler. Hvad mener vi egentlig med, at tiden har en retning, og at denne retning altid er den samme? Vi

kan sammenligne med rummet, der ikke selv har nogen indbygget retning. Vi siger, at rummet er isotrop (det samme i alle retninger) eller symmetrisk. Hermed menes, at den relative placering af to steder i rummet, $S(x_1)$ og $S(x_2)$, ikke kan fastsættes entydigt ved hjælp af en rumlig ordningsrelation som "højre/venstre", "øst/vest" eller "op/ned". Lad f.eks. $S(x_1)$ være København, $S(x_2)$ Århus; vi kan lige så godt sige, at Århus ligger øst for København, som at København ligger øst for Århus. Hvorvidt København eller Århus ligger længst til venstre/højre eller op/ned i forhold til hinanden, afhænger helt af iagttagerens placering. For to hændelser i tiden, $H(t_1)$ og $H(t_2)$, er den tilsvarende relation ikke symmetrisk. Hvis $H(t_1)$ skete før $H(t_2)$, d.v.s. at $t_1 < t_2$, vil dette altid være tilfældet for enhver iagttager. Det synes som om, at der er en indre orden mellem naturens hændelser, der resulterer i en tidslig asymmetri. Ordningsrelationen mellem hændelsers tidspunkter er altid den samme; eller, som man også udtrykker det, den er invariant. Vi kan ikke både hævde at "mordet på Cæsar var før mordet på Kennedy" og "mordet på Kennedy var før mordet på Cæsar"; den ene af sætningerne må være falsk. Det er denne invariante rækkefølge, der definerer tidens retning. Hvorfor tiden har en retning, og hvorledes denne retning kan forbindes til de fysiske naturlove, er et uafklaret spørgsmål, som vi skal se nærmere på i det følgende. Her skal blot nævnes at nogle forskere hævder, at tiden ikke har en retning, men er symmetrisk m.h.t. fortid og fremtid. Hvis man accepterer ideen om baglænskausalitet, er dette en naturlig tanke.

Inden for et mere begrænset, fysisk synspunkt definerer man ofte kausalitet ud fra lysets hastighed, idet ingen påvirkning kan forplante sig hurtigere end lyset. A og B siges så at være kausalt forbundne, hvis et lyssignal fra A kan nå B, eller omvendt. Selv om A og B i denne forstand er kausalt forbundne, behøver A ikke være årsag til B, eller omvendt, i traditionel forstand; definitionen udtrykker en nødvendig betingelse for, at der faktisk kan være en kausal forbindelse mellem A og B. Kausalitetens forbindelse med lyshastigheden spiller især en rolle i relativitetsteorien, således som vi senere skal komme ind på (kap. 9).

Det faktum, at lyshastigheden er den højeste hastighed nogen fysisk påvirkning kan overføres med, har nogle simple, men overraskende konsekvenser m.h.t. erkendelsen af fortiden.

Vi skelner traditionelt mellem fortid, nutid og fremtid, idet nuet har en særlig status som det tidspunkt, hvori vi opfatter ting og er i stand til at erkende dem gennem direkte sansning. Derimod kan vi ikke se ting, der vil foregå i fremtiden, da denne jo endnu er fraværende; og ting, der er foregået i fortiden, kan vi heller ikke erfare direkte, da fortiden jo ikke er der mere og aldrig vil komme igen. Denne almindelige opfattelse må vi revidere i lyset af vor viden om signalers endelige overførelses-hastighed.

Strengt taget er alle begivenheder, vi opfatter, fortidige. Vi ser f.eks. på solen og bemærker, at den skinner nu. Vor viden om at solen skinner, er baseret på, at vi iagttager den netop nu. Men da lyset tager ca. 8 minutter om at gå fra solen til jorden, er det ikke solen nu, vi ser, men solen for 8 minutter siden. Udsagnet "solen skinner nu" betyder derfor egentlig at "solen skinnede for 8 minutter siden". Ønsker vi at henvise til solen "nu", må vi sige "solen skinner nu" 8 minutter før vi iagttager, at den skinner, d.v.s. på et tidspunkt hvor solen meget vel kan være dækket af skyer. Men det vil sige, at vi refererer til en iagttagelse, vi gør eller vil gøre i fremtiden. Og hvorfra ved vi at solen skinner om 8 minutter? Man kunne komme ud over dette problem ved at vedtage, at "nu" ikke skal referere til den fysiske begivenhed (sol, skyer), men til vore sanseindtryk, således at "solen skinner nu" simpelt hen skal betyde, at vi ser solen skinnende nu. Dette er dog ikke nogen heldig vedtagelse, idet nuet i så fald ville miste sin entydighed.

Det forhold, at der på grund af lysets endelige hastighed er forskel mellem en hændelses optræden og iagttagelsen af den, gælder helt alment. Kun på grund af lysets meget store hastighed er forholdet normalt uden betydning. Når man iagttager ting her på jorden, vil den tid, der går fra at hændelsen indtræder, til den registreres, være meget lille. Men i streng forstand gælder faktisk, at vi kun kan iagttage fortiden; omend den fortid, vi iagttager, normalt er den meget nære fortid. Det absolutte nu er ikke iagttageligt.

Er afstanden fra hændelsen til iagttagelsen meget stor, bliver lyshastighedens endelige størrelse af afgørende betydning. Når vi i en kikkert betragter meget fjerne ting (stjerner, galakser

o.l.), ser vi tilbage i tiden i en helt konkret forstand. Ja, vi ser måske hændelser, om hvilke vi ved, at de slet ikke eksisterer! Eksempelvis betragter vi en eksploderende supernova i en afstand af 100 millioner lysår. Vi ser den kraftigt lysende supernova, men det vi ser -eksplosionen- foregik for 100 millioner år siden. Ud fra vor viden om stjerners udvikling i øvrigt ved vi at den supernova, vi ser, forlængst er ophørt med at eksistere og er blevet til f.eks. en usynlig dværgstjerne. Des længere vi ser ud i rummet, des fjernere en fortid ser vi.

En ting er, at vi kan se tilbage i tiden over meget store afstande. En anden ting er vor egen, jordens, fortid. Kan vi "gå tilbage i tiden" og se den egentlige fortid, således at vi kan se f. eks. Rom på Cæsars tid? Svaret må være ja, selv om denne interessante mulighed ikke lader sig realisere i praksis. Lad os gøre følgende tankeeksperiment: På en planet (X) i afstanden ca. 1000 lysår fra jorden befinder der sig en astronom med en god (meget god!) kikkert. Omkring år +1000 efter vor tidsregning retter astronomen sin kikkert mod jorden, mod Rom. Han vil da se, ikke pavens middelalderby anno +1000, men romerrigets hovedstad på Cæsars tid. Astronomen sender straks sine billeder via TV bølger tilbage til jorden, hvor de opfanges på TV modtagere i dag. Vi kan på vore TV skærme se livet i det gamle Rom! Ikke en rekonstruktion eller et skuespil, men den historiske virkelighed. Det, vi ser, er lige så virkeligt, som når vi ser en direkte optagelse fra en folketingsdebat eller en fodboldkamp i TV. Det er altså i princippet muligt at se tilbage i vor egen forhistorie. Derimod kan vi ikke "gå tilbage i tiden" i den mere konkrete forstand, som f.eks. tidsrejser fortæller om. Vi kan passivt se fortiden, men vi kan aldrig påvirke den, d.v.s. ikke sende signaler til den eller kommunikere med den. Hvis der eksisterer baglænskausale processer, kan signaler i en vis forstand godt sendes tilbage i tiden; men selv med baglænskausalitet kan man under ingen omstændigheder ændre på fortiden.

Det forhold, at vi ikke kan blande os i eller intervenere i fortiden, følger af almene logiske grunde. Fortiden er som nævnt uoprettelig. Det, der er sket, er sket. Enhver egentlig tidsrejse ville føre til logiske modsigelser. Antag f.eks. at Cæsar blev myrdet af Brutus & Co. år -44, således som historikerne mener.

En person, der rejste tilbage i tiden, ville have mulighed for at ændre på fortiden, f.eks. ved at hindre mordet på Cæsar. At en sådan ændring af fortiden er absurd, ses måske klarere af følgende eksempel:

En person, der er 60 år gammel, rejser tilbage i tiden, til dengang han var 20 år gammel. I sin "genfødte" tilstand beslutter han sig til at begå selvmord, eller han dør på anden vis som 20 årig. Dette er absurd, da han så både døde som 20 årig og var levende som 60 årig. Personen kunne have rejst længere tilbage i tiden, før sin fødsel, og kunne have dræbt sin mor, før hun blev gravid. I så fald ville han aldrig være blevet født, men ville dog kunne foretage sin tidsrejse som 60 årig. Man kunne måske indvende, at den slags absurditeter ikke ville opstå, hvis alt det, der skete på en tidsrejse, kun var en præcis gentagelse af fortiden. Men hvis dette var tilfældet, og man på en tidsrejse var tvunget til at gentage historien i detaljer, så var tidsrejsen ikke til at skelne fra fortiden, og det ville være tom snak at kalde det en tidsrejse.

Umiddelbart forekommer den nævnte mulighed for at iagttage den fjerne fortids virkelighed som sensationel. Men nærmere eftertanke viser, at der blot er tale om en mere raffineret version af traditionel historisk metode. For at indse dette, behøver vi blot at udskifte X-astronomen med sin superkikkert med en antagelse om, at en kvik mekaniker på Cæsars tid havde opfundet et filmapparat. Mekanikeren optager mordet på Cæsar på film og gemmer filmrullen, der i intakt stand opdages af en historiker 2000 år senere. Den information, der i eksemplet med X-astronomen blev sendt på en kosmisk tidsrejse over 2000 lysår, ligger nu nedfældet på samme sted i 2000 år. Men virkningen er den samme: vi kan i dag se fortiden. Nu kan man indvende, at der ikke var film på Cæsars tid, og at en film af en begivenhed alligevel ikke er det samme som at iagttage begivenheden selv. Dog er der kun tale om en gradsforskel mellem den opdigtede filmoptagelse og de kilder, historikere faktisk baserer deres viden om historiske hændelser (som Cæsars død) på. Filmen var et stykke bevaret information fra fortiden og adskiller sig i denne forstand ikke fra skrevne kilder, bygningsværker og mundtlige overleveringer. De romerske historikeres beretninger skal fortolkes og underkastes kildekritisk

analyse, før de frigiver den information, den moderne historiker søger. Det samme gælder den opdigtede film eller TV optagelsen fra planeten X. Ved at sammenligne den opdigtede historie om Cæsars død med den historiske viden, vi har om f.eks. Kennedys død, overbeviser man sig let om, at der ikke er nogen principiel forskel mellem de to begivenheders erkendelsesmæssige status.

3. Tidsmåling og varigheder

Apparater, der bruges til at måle tiden med, kaldes ure eller kronometre (af græsk: krono-meter = tidsmåler). Urets gang er normalt baseret på cykliske bevægelser i urets mekanisme, d.v.s. bevægelser, der kan tilskrives en bestemt periode, som gentages igen og igen. Et simpelt eksempel herpå er penduluret, hvor man udnytter kendskabet til det s.k. fysiske pendul. For ret små udsving gælder for udslagsvinklen at

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3.1)$$

hvor θ_m er den maksimale udslagsvinkel, φ_0 en fasekonstant, der angiver startbetingelserne ($\varphi_0 = 0$, hvis $\theta = \theta_m$ for $t = 0$), og frekvensen ω er givet ved pendulets masse og inertimoment. Ved at tælle antallet af udsving for et pendul med en kendt frekvens kan vi måle tiden. Cykliske processer, der bruges til tidsmåling, kan være af mekanisk art som i penduluret eller i det almindelige fjederur; eller det kan være elektromagnetiske processer, som i digitaluret eller i nøjagtige atomure.



Fig. 1 Penduluret og sanduret ("timeglasset") er simple eksempler på hhv. en periodisk og ikke-periodisk tidsmåler.

(Illustrationer fra P. La Cour og J. Appel, Historisk Fysik, III, København 1907, s. 51).

Skalaen for aflæsning af sådanne processer er justeret således, at den afspejler en bestemt cyklisk proces i naturen, nemlig jordens bevægelse om solen. Denne bevægelse kan også bruges direkte som tidsmåler (soluret).

Selv om cykliske processer har særlige fortrin som basis for ure, kan enhver fysisk proces, der foregår på en kendt måde i tiden, i princippet bruges til tidsmåling. I praksis har ikke-cykliske ure været anvendt i form af sand- og vandure. Disse ure er mekaniske, idet de virker ved hjælp af jordens tyngdekraft lige som penduluret gør det. En særlig form for et ikke-cyklisk "ur" haves i de naturlige radioaktive stoffer, der som bekendt anvendes til datering (f.eks. kulstof-14 metoden). Aktiviteten af et radioaktivt stof aftager efter henfaldsloven,

$$A(t) = A_0 e^{-kt} \quad (3.2)$$

hvor k er en henfaldskonstant, der er karakteristisk for det pågældende stof. Ved måling af aktiviteten kan (3.2) i princippet bruges til at bestemme tiden med.

Vi bruger som bekendt sekundet som tidsenhed. Et sekund er oprindeligt defineret ud fra jordens bevægelse omkring solen og ud fra jordens rotation, de to cykliske processer, der traditionelt har været knyttet til fastsættelse af tiden. Sekundet blev defineret som en vis brøkdel (1:86400) af et s.k. middelsoldøgn; fra 1956 blev det omdefineret til at være en brøkdel (1:31556925,9747) af det s.k. tropiske år pr. 1 januar 1900. Middelsoldøgnet og det tropiske år er baseret på jordens og solens ret komplicerede bevægelser. Definitionen på disse størrelser kan slås op i astronomibøger.

I 1967 vedtog man at forlade den astronomisk baserede tidsenhed og erstatte den med en standard baseret på atomers naturlige svingninger. Man valgte isotopen cæsium-133 som standard. Dette atom udsender en meget skarp spektrallinje ved overgange mellem to meget nærtliggende energiniveauer (s.k. hyperfinstruktur) med frekvensen ca. $9,2 \cdot 10^6$ Hz. Denne frekvens svarer til en bølglængde på ca. 3,1 cm, dvs. ligger i radarområdet. Cæsiumatomets stråling kan måles og reproduceres med meget stor præcision. Den vedtagne definition på sekundet er at et sekund skal være lig med

9192631770 svingningstider af denne stråling. Præcisionen i moderne atomure, baseret på denne standard, er utrolig stor. Fejlvisningen menes at være mindre end et sekund i løbet af 300.000 år. Naturligvis er den nye definition på sekundet lavet således, at den med stor tilnærmelse svarer til den gamle definition på sekundet. Når man har valgt at definere sekundet ud fra et atoms elektromagnetiske stråling skyldes det hovedsageligt praktiske grunde forbundet med den store målenøjagtighed. Men det skyldes også at elektromagnetisk stråling betragtes som en meget mere fundamental proces end himmellegemernes bevægelse. Dette hænger igen sammen med den afgørende rolle lyshastigheden spiller i moderne fysik. Således er også længdeenheden meter defineret ud fra elektromagnetisk stråling. Fra at være defineret som et vist antal (1650763,73) bølgelængder af en spektrallinje fra krypton-86, blev meteren i 1983 direkte baseret på tidsenheden og lyshastigheden. En meter defineres nu som den vej længde lyset tilbagelægger i løbet af $1:299792458$ (dvs. $1/c$) sekund.

Definitionen på tidsenheden er resultatet af en praktisk vedtagelse, en konvention. I princippet kunne vi bruge en hvilken som helst kendt, regelmæssig proces som standard. Men at en proces er kendt eller forløber regelmæssigt forudsætter øjensynligt, at vi allerede har et begreb om tiden, som ikke selv kan afledes af ure. Vi kan ikke definere tid som "det, der kan aflæses på ure", når et ur er "det, der måler tiden"; i så fald ville vi argumentere i en cirkel. Når vi f.eks. siger at penduluret går periodisk med svingninger, der følger (3.1), så er det, fordi vi har målt svingningerne ved hjælp af f.eks. et stopur. Hvorfra ved vi, at stopuret går rigtigt? Ved at kontrollere det med et andet ur, der igen er kontrolleret med et tredje ur, o.s.v..... Vi kan kun kontrollere ure med andre ure, ikke med tiden selv, og er derfor tvunget til at basere standarduret på en konvention,. Strengt taget ved vi ikke, at f.eks. cæsiumatomet udsender lys med en bestemt, ensartet frekvens eller at jorden bevæger sig rundt om solen på en regelmæssig måde i tiden. Vi antager, at dette er tilfældet og har tungtvejende grunde hertil. Hvis vi ikke gjorde en sådan antagelse om tidslig regelmæssighed i naturen, ville verden nemlig ikke være forståelig. Omvendt kan vi sige, at det faktum, at verden faktisk er forståelig, og at fysikken kan beskrive na-

turen på en meget omfattende og sammenhængende måde, retfærdiggør vores valg af standardure. Selv om vi ikke kan sammenligne vore ure med tiden selv, har vi grund til at tro på, at urene måler noget virkeligt, der ikke blot afspejler valget af ure. Dette "noget" er tiden.

For at illustrere ovenstående pointe kan vi tænke os, at vi som standardur havde valgt pulsslaget hos en bestemt person, f.eks. dronningen af Danmark. Tiden mellem to følgende pulsslag hos dronningen kunne vi definere som et sekund. Vi ville så ikke kunne sige at dronningens puls gik langsommere, når hun sov, eller hurtigere, når hun blev ophidset; hendes puls er jo ensartet pr. definition. Men vi kunne sammenligne pendulens bevægelse, solens gang og atomers svingningstider med dronningens pulsslag. Vi ville så blive tvunget til at konkludere, at disse fænomener ikke længere var regelmæssige, men afhang af dronningens sindstilstand og fysiske kondition. Når dronningen sov, ville solen bevæge sig hurtigere over himlen; når hun blev ophidset ville den bevæge sig langsommere! Et sådant valg af standardur er i princippet i orden, men det vil selvfølgelig gøre det umuligt at opnå nogen som helst fysisk forståelse af verden.

Sekundet, defineret på den ene eller anden måde, er en ret vilkårlig enhed. Man kunne tænke sig en mere "naturlig" tidsenhed, der var baseret på fundamentale naturkonstanter. Det har været foreslået at konstruere hvad man kan kalde et atomsekund ud fra elektronens ladning og masse og lysets hastighed (e , m og c). Dette kan f.eks. gøres ved at definere

$$1 \text{ a.sek.} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m \cdot c^3} ,$$

idet denne kombination har dimension af tid. I udtrykket betegner ϵ_0 vacuumpermittiviteten. Det således definerede atom-sekund er et udtryk for den tid, lyset tager om at passere en elektrons tværsnit. Det er derfor en meget lille enhed, omkring 10^{-23} sekunder. Denne varighed er den mindste, der umiddelbart kan forbindes med en virkelig proces, idet elektronen er den mindste materielle partikel og lyshastigheden er den højeste hastighed for noget signal.

Oversigt over varigheder

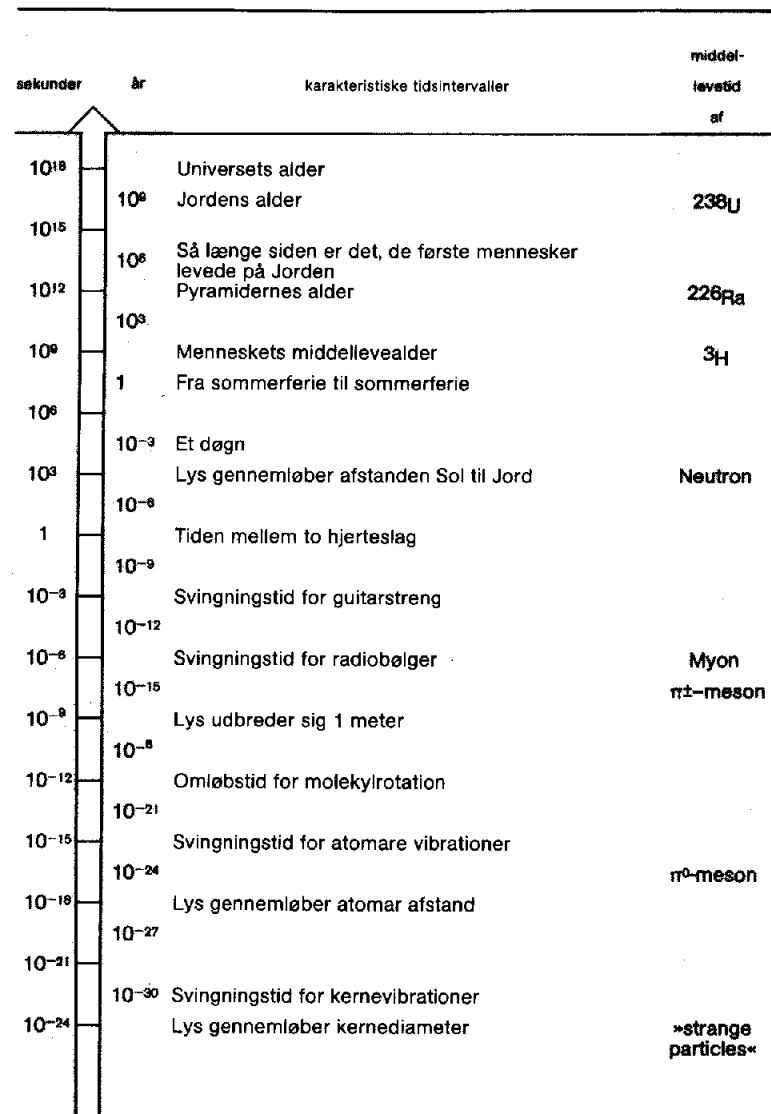


Fig.2 oversigt over varigheder

(Figuren stammer fra Hans Rørbech, se litteraturfortegnelsen, nr.1)

I fig.2 er vist nogle varigheder for fysiske hændelser. Universets nuværende alder er omkring 15 milliarder år, svarende til ca. $5 \cdot 10^{17}$ sekunder eller ca. $5 \cdot 10^{40}$ atom-sekunder. Det diskuteres i dag, om protonen er en radioaktiv partikel, i hvilket tilfælde den forventes at have en middellevetid på mindst 10^{31} år. Dette er dog, på trods af flere forsøg, endnu ikke påvist eksperimentelt. Endnu mere uhyrlige tidsrum optræder i kosmologiske teorier, hvor man i spekulationer om universets meget fjerne fremtid f.eks. arbejder med et tidsperspektiv på 10^{100} år!

Det er et rodfæstet træk i vor opfattelse af tiden, at den er kontinuert. Herved menes at tiden altid "er der", og at den kan inddeles vilkårligt fint. Tidsrum af størrelsen f.eks. 10^{-1000} sekund eksisterer og har mening, også selv om de ikke kan måles eller forbindes med noget konkret. På samme måde er det meningsfyldt at sige, at en proces varer 2 sekunder, selv om denne varighed aldrig vil kunne aflæses på et ur. Enkelte forskere har dog betvivlet tidens kontinuitet. De har foreslået at tiden, som mange andre fysiske størrelser (f.eks. ladning, energi og impuls-moment), er kvantiseret, d.v.s. findes i mindste portioner, der ikke kan underinddeles. Sådanne hypotetiske tidskvanter er blevet benævnt krononer (d.v.s. tidspartikler, jf. fotoner = lyspartikler). Eksistensen af krononer er indtil videre ren spekulation. Der er forskellige bud på deres størrelse, men ofte identificeres krononen med atom-sekundet. Selv om der ikke er nogen fysiske grunde til at afvise sådanne tidskvanter, har de heller ingen støtte i fysikken, der synes at klare sig udmærket foruden. F.eks. regner fysikere på tilstanden at vores univers, som det så ud mindre end 10^{-40} sekund efter dets skabelse. Vi skal senere (kap. 14) stifte bekendtskab med den s.k. Planck-tid, der spiller en rolle i kosmologien. Planck-tiden svarer til blot 10^{-43} sekund.

4. Tiden i klassisk mekanik

For at finde et mål for tiden, må vi betragte processer i naturen. Inden for den klassiske mekaniks rammer er der, i modsætning til i relativitetsteorien, ikke nogen speciel proces, der bedre end andre definerer et tidsmål. I princippet kan et molekyles tilfældige bevægelser lige så godt bruges som solens bevægelse omkring jorden. Det tidsbegreb, der anvendes i mekanikken, må derfor i et vist omfang være konventionelt baseret, d.v.s. afhænge af en vedtagelse, der ikke selv kan begrundes i bevægelser i naturen. Man kunne godt bruge andre tidsmål, end det vi faktisk benytter, uden at gøre vold mod de iagttagelser, vi gør. Når der således er mange, ja uendelig mange, muligheder for at fastlægge et mål for tiden (d.v.s. mange muligheder for at indføre en tidsparameter, hvormed bevægelser i naturen kan beskrives), hvorfor bruger fysikere så netop ét af disse tidsmål? En af grundene er utvivlsomt, at det almindelige fysiske tidsmål er i overensstemmelse med vor subjektive fornemmelse af tidens gang. Men det er ikke den eneste grund.

Lad os som sædvanligt betegne den almindelige tid - den absolutte, newtonske tid fra klassisk mekanik - med symbolet t . Med dette tidsmål kan vi som bekendt beskrive bevægelser ved hjælp af Newtons anden lov, der har formen

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F, \quad (4.1)$$

hvor F er en virkelig kraft, f.eks. tyngdekraften fra jorden. Hvis kraften er nul, vil legemet iflg. inertiens lov bevæge sig jævnt og retlinet, d.v.s. $x(t) = c_1 t + c_2$. Hvordan vil bevægelsen nu beskrives, hvis vi benytter et andet tidsmål end t ?

Vi kan formelt indføre et nyt tidsmål θ , der hænger sammen med t via funktionen $\theta = f(t)$. Hvis sammenhængen er lineær, d.v.s. $\theta = k_1 t + k_2$, vil (4.1) blot omformes til

$$m k_1^2 \frac{d^2 x}{d\theta^2} = F \quad (4.2)$$

(jvf. opg. 5). Denne bevægelsesligning adskiller sig ikke væsentligt fra (4.1). Inertiens lov gælder stadig, idet $F = 0$ medfører at $x(\theta) = c_3\theta + c_4$. Dette er i overensstemmelse med, at den lineære omformning blot svarer til, at vi har benyttet en anden skala for det ur, der viser θ tid: I forhold til t skalaen er nulpunktet flyttet, og desuden er skala-inddelingen (afstanden mellem to tidsenheder) ændret med en konstant faktor (jvf. fig. 3).

Hvis det nye tidsmål ikke afhænger lineært af t , vil bevægelsesligningen derimod ændres radikalt. I almindelighed får kraftloven en form, der er langt mere kompliceret og "klodset" end (4.1). Fysikere ønsker at arbejde med simple ligninger. Brugen af den newtonske t tid gør de grundlæggende ligninger meget simple, hvilket er en af grundene til, at vi arbejder i t tid.

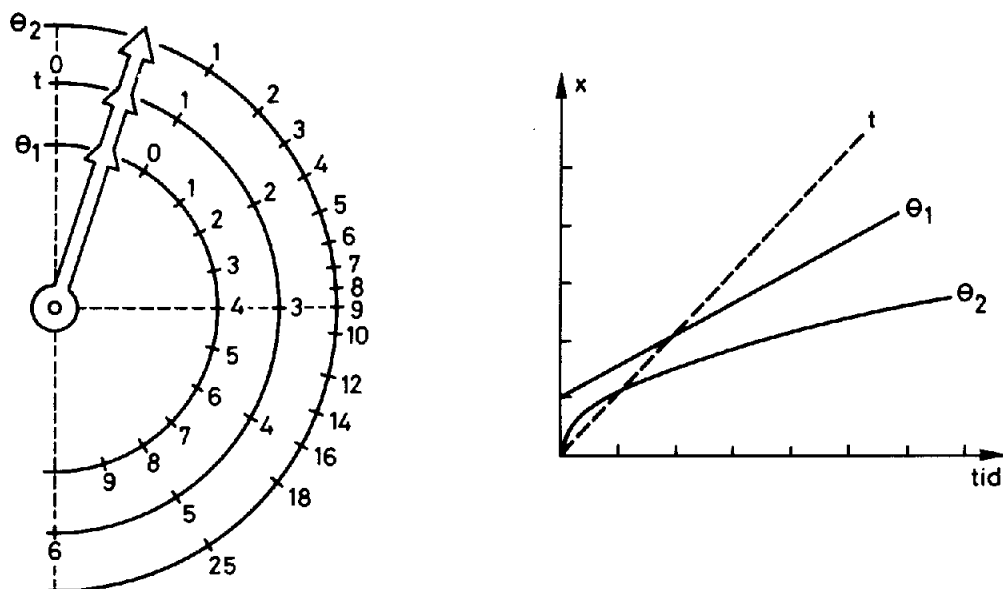


Fig. 3. Uret til venstre viser almindelig tid (t) samt de to alternative tidsmål $\theta_1 = 2t - 2$ og $\theta_2 = t^2$. Hvis kraften er nul, bliver bevægelserne som vist i grafen, der fremstiller hhv. $x(t) = t$, $x(\theta_1) = \frac{1}{2}\theta_1 + 1$ og $x(\theta_2) = \sqrt{\theta_2}$.

Desuden vil accelerationen i Θ tid ikke være nul, når kraften F er nul, såfremt Θ ikke er lineært forbundet med t (jvf. opg. 6). Hvis man stadig ønsker at fortolke masse gange acceleration som en kraft, fører brugen af Θ tid derfor til indførelsen af fiktive kræfter, som virker på alle legemer, men som ikke er virkelige naturkræfter. Fiktive kræfter kender vi især fra roterende systemer i form af centrifugalkræfter. Ligesom centrifugalkraften kun skyldes legemets rotation, skyldes de fiktive kræfter i den nye kraftlov i Θ tid kun, at der er indført et nyt tidsmål. Fiktive kræfter er normalt uønskede i fysikken, da de ikke udtrykker virkelige forhold i naturen. Også af den grund er t tiden at foretrække for Θ tiden.

Vi skal nu se på det vigtige spørgsmål om tidens retning.

Vi kan opfatte en fysisk proces som en serie af tidsligt ordnede hændelser. Processen har en vis varighed, mens de hændelser, den består af, foregår momentant. Bevægelsestilstanden for et system er til ethvert tidspunkt givet ved systemets rumlige placering (x) og dets hastighed (v): $P = P(x, v)$. Tilstanden udvikles i tiden på en bestemt måde, således at vi kan sige, at $P(t_A)$ er før $P(t_B)$ hvis $t_A < t_B$. I det følgende skal vi lade processen starte til tiden t_b og slutte til tiden t_s , således at $t_s > t_b$ (index b står for begyndelse, index s for slutning).

Den tidslige orden for processen fremgår af visningen på et almindeligt ur. Ved egentlig tidsomvending forestiller man sig en slags rejse tilbage i tiden. Dette skal betyde at de samme tilstande skal forekomme i den omvendte tidslige orden. Man starter til t_s og slutter med t_b , således at systemets tilstand hele tiden er den samme fra t_s til t_b , som den var fra t_b til t_s ; man møder præcis de samme begivenheder, blot i omvendt rækkefølge. Var P_A før P_B i almindelig tid, vil P_A være efter P_B i denne baglænstid. Bevæger systemet sig i rummet ad en bestemt bane, fra x_b til x_s , vil bevægelsen i baglænstid foregå ad samme bane, blot fra x_s til x_b .

Sådanne bevægelser tilbage i tiden svarer til, at der optages en film af den rigtige proces, hvorefter filmen spoles tilbage. Lad os illustrere det med et simpelt eksempel, det fri fald. Vi tænker os, at vi filmer et legeme, der fra højden h over jordoverfladen falder frit. Vi stopper filmen, før legemet rammer jorden.

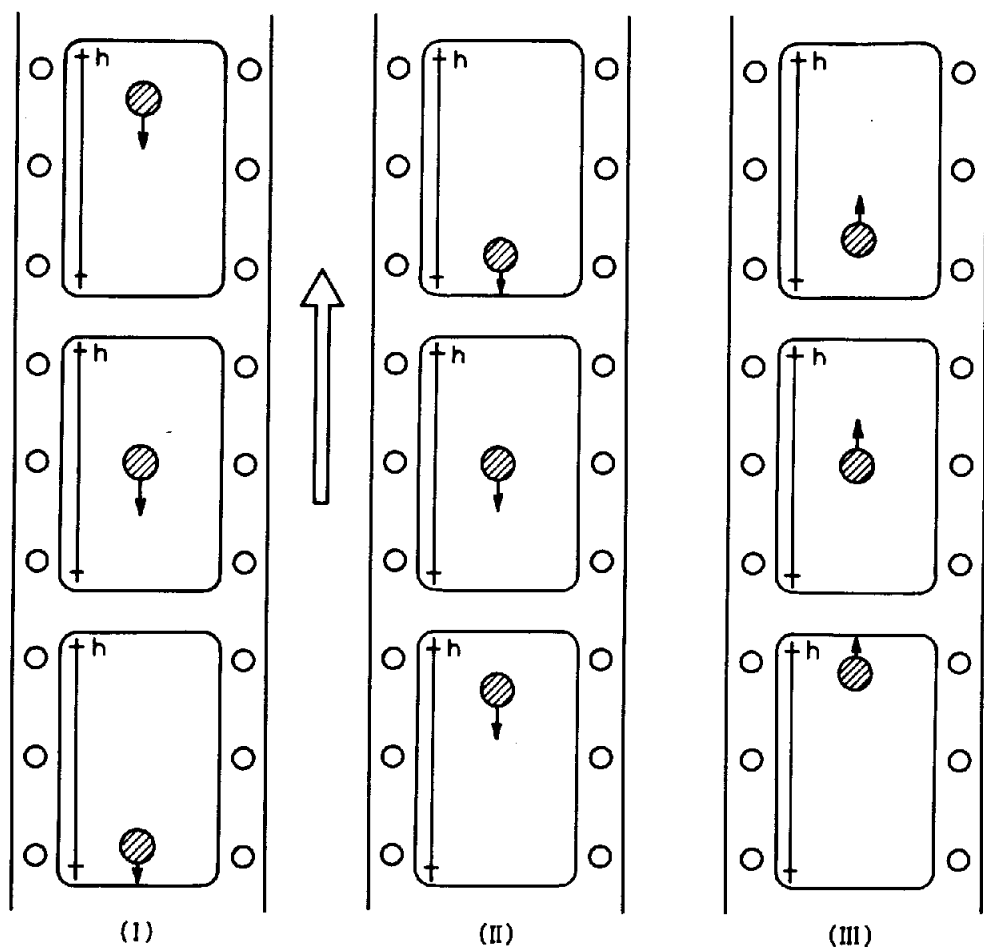


fig 4

På fig.4 er der i (I) vist tre billeder fra filmen, kørt i normal retning. Pilene på billederne angiver hastighedernes retning. Disse pile eller vektorer er selvfølgelig ikke med på fotografiet i virkeligheden, hvis det drejer sig om en almindelig film af almindelige legemer. Vi kunne dog nemt forestille os en mekanisme, der viste legemets hastighed og dets retning på filmen (f.eks. ved hjælp af Doppler effekt). Lader vi "tiden gå baglæns", svarer det til, at filmen køres omvendt, således at vi ser billedserien i (II). Disse billeder kunne få os til at tro, at der var tale om

et lodret kast. Ud fra legemets placering på billederne kan vi ikke vide, om filmen er kørt rigtigt, idet det fri fald og det lodrette kast begge er faktisk forekommende bevægelser. Legemets placering giver os ikke nogen information om tidens retning. Hastighederne fortæller os dog at (II) foregår i baglænstid, og at denne bevægelse umuligt kan foregå i virkeligheden. I situationen (II) er hastigheden af legemet stedse rettet nedad, men ikke desto mindre bevæger det sig opad! Dette antyder kraftigt at egentlig tidsomvendning, d.v.s. bevægelse bagud i tiden, kun er et matematisk trick uden fysisk indhold.

Umuligheden af at bevæge sig i baglænstid er tidligere blevet fremhævet ud fra mere filosofiske grunde. Et andet fysisk eksempel, der illustrerer det samme, haves i to legemer, der tiltrækker hinanden som følge af deres gravitationskræfter. I baglænstid vil de to legemer ses at fjerne sig fra hinanden med hastighedsvektorer, der er rettet mod hinanden.

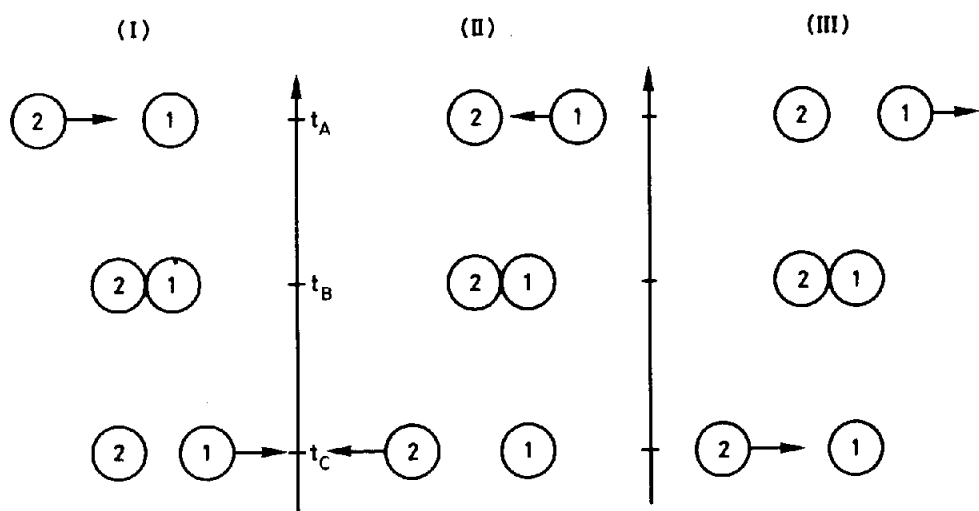


Fig. 5

I eksemplet med det fri fald vil den baglænsskørende film repræsentere en acceptabel fysisk proces, såfremt hastigheden for legemet skiftede retning i forhold til i (I). I så fald ville det

fri fald se ud nøjagtigt som et lodret kast. Denne bevægelse, der er fremstillet i billedserien (III), kan siges at være bevægelsesomvendt i forhold til (I). Definitionen på bevægelsesomvendning er altså, at både tid og hastighed vendes om. Forskellen mellem (II) og (III) ligger kun i hastighederne, der normalt ikke kan iagttages. Når man i fysikken taler om tidsomvendning, er det normalt bevægelsesomvendning, man tænker på. Det elastiske stød er endnu et eksempel på en proces, der viser fuldstændig symmetri m.h.t. bevægelsesomvendning. I fig. 5 er vist tre billeder af et stød, hvor kugle 1 støder ind i en hvilende kugle 2 af samme masse. Stødet er rent elastisk. Mens (I) er den virkelige situation i forlænstid, er (II) den til (I) bevægelsesomvendte proces. Ikke blot er (II) fysisk realistisk, den er faktisk identisk med (I); i (I) er processen blot set ud fra kugle 1's begyndelsestilstand som hvile, i (II) er den set ud fra kugle 2. I (III) er der gået over til baglænstid. Først har kugle 1 en hastighed væk fra kugle 2, derefter støder den ind i kugle 2, der så fjerner sig fra kugle 1 med en hastighed, der er rettet mod kugle 1. Igen ser vi, at denne proces i baglænstid er absurd.

Det forhold, at simple mekaniske processer kan bevægelsesomvendes uden at blive urealistiske, må søges i Newtons 2. lov, der jo er den lov, der dirigerer mekaniske processer. Iflg. Newtons 2. lov er kraften givet ved

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) . \quad (4.3)$$

Det fremgår heraf, at hvis vi udskifter symbolet t med $-t$, vil dette intet ændre på Newtons 2. lov. Dette sikres af, at den indeholder en differentialkvotient af anden orden. Vi kan sige at udtrykket (4.3) er tidssymmetrisk, eller at det er invariant med hensyn til tidsomvendningen $t \rightarrow -t$. Denne tidslige invarians er dog ikke garanteret af den matematiske form af (4.3) i sig selv. Hvis kraften, der indgår på venstre side, er en funktion af tiden, kan resultatet blive en proces, der ikke er invariant. Vi skal se et eksempel på dette nedenfor.

Det er som nævnt vigtigt at skelne mellem processer, der forløber i baglæns tid, og bevægelsesomvendte processer. Lad os betragte en simpel måling af et legemes hastighed, f.eks. på en kørebane.

Hertil kræves en lineal og to ure. Hvis vognen befinder sig i x_1 til tiden t_1 og derefter i x_2 til tiden t_2 , finder vi dens (middel)hastighed som

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

regnet i almindelig tid. Da tilstanden 2 er senere end tilstanden 1, vil $t_2 > t_1$. Ved den tilsvarende baglænsproces er alle hændelserne ganske som før, blot foregår de i modsat tidslig rækkefølge. I stedet for tidsomvending kunne vi tale om omvending af hændelsernes orden. Da urenes tilstand er en del af hændelserne, må de vise det samme som ved forlænsprocessen.

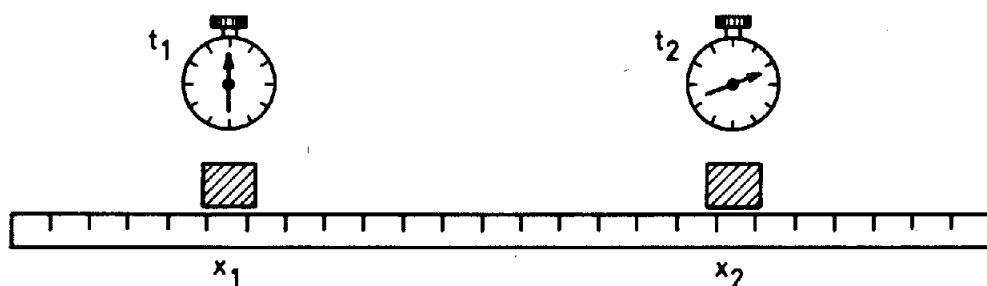


fig 6

Man vil observere at først er vognen i x_2 til tiden t_2 , senere er den i x_1 til tiden t_1 . Bemærk at t_1 stadig vil være mindre end t_2 , selv om tilstanden 1 nu er efter (d.v.s. senere end) tilstanden 2. I baglænstid er der altså byttet om på tidligere/senere i forhold til tidsaflæsningerne. Hastigheden i baglænsprocessen vil være

$$v(t') = \frac{x_1 - x_2}{t_1 - t_2} = v(t)$$

altså den samme som i forlænstid. Ved bevægelsesomvending bliver tidsaksen vendt om, idet vi så bruger en anden tidsskala, som vi kan kalde T-tid. Først vil vognen være i x_2 , til tiden T_2 , derefter i x_1 til tiden T_1 , men på T-urene aflæses nu at $T_1 < T_2$. Hastigheden vil så være

$$v(T) = \frac{x_1 - x_2}{T_2 - T_1} = -v(t)$$

hvor vi har benyttet at $T_2 - T_1 = t_1 - t_2$ (se nedenfor).

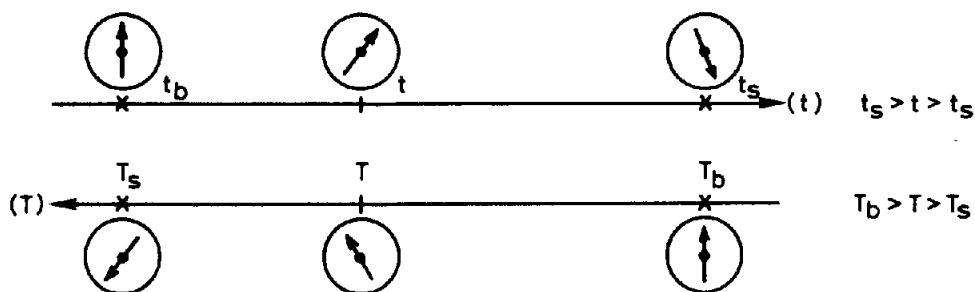


fig 7

Bevægelsesomvendning svarer til, at vi i vor ordning af hændelserne bruger andre ure (T -ure), som går modsat vej af de almindelige t -ure og har en modsat ordnet skala. Farten for T -urets viser er den samme som viseren på t -uret. Ved egentlig baglænstid ser urene ud som de normale t -ure, men viseren går den modsatte vej (fig. 8).

Vi kan nu vise, at T -sekundet er det samme som t -sekundet, d.v.s. at T -uret og t -uret går med samme fart. Lad os betragte en proces, der i t -tid starter til t_b og slutter til t_s . Ved bevægelsesomvendning bliver sluttidspunktet t_s lig med begyndelsestidspunktet T_b , og tilsvarende bliver $t_b = T_s$. Vi har så:

$$t_s - t_b = T_s - T_b ,$$

$$t - t_b = T_s - T ,$$

$$t_s - t = T - T_b .$$

Af de to sidste ligninger fås

$$t + T = T_s + t_b = T_b + t_s = \text{konstant} ,$$

d.v.s.

$$dT = - dt \quad (4.4)$$

Ofte vil man vælge $t_b = 0$, og i så fald også $T_b = 0$. Det væsentlige er resultatet (4.4), der sikrer at hastighederne vendes om, mens accelerationer forbliver de samme.

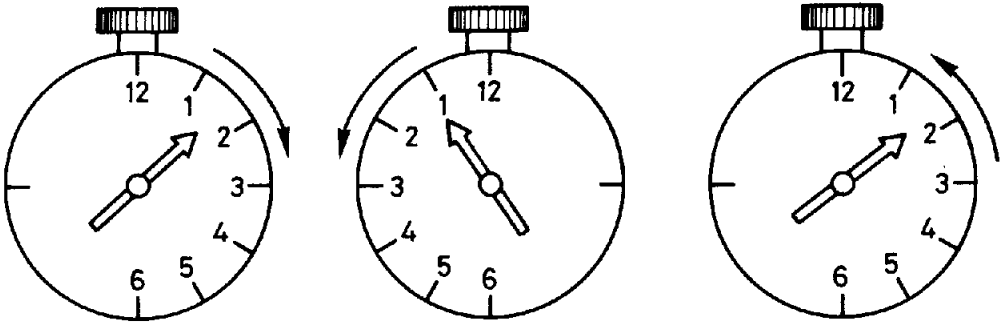


Fig.8

Uret til venstre viser t -tid, d.v.s. er et almindeligt ur, mens "T-uret" i midten viser tiden ved bevægelsesomvendning. "Baglæns-uret" til højre svarer til at tiden går baglæns.

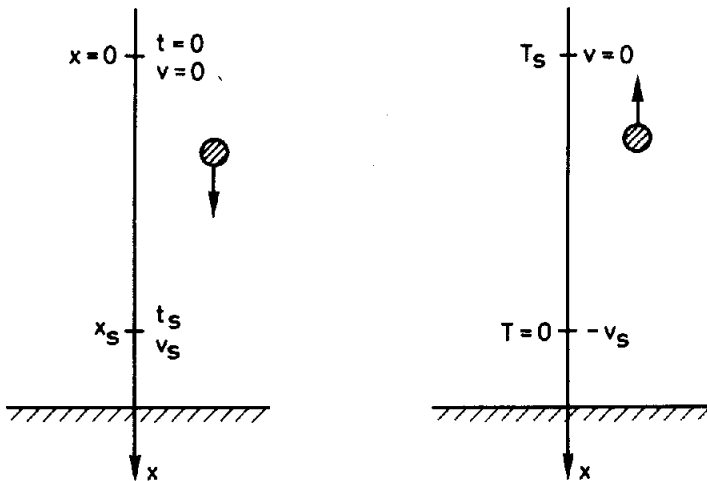


fig.9.

Vi skal nu analysere det tidligere nævnte eksempel med det fri fald. Bevægelsesligningen er her

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg ,$$

med den generelle løsning

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0 . \quad (4.5)$$

Det fysiske indhold af (4.5) bestemmes af begyndelsesbetingelserne. Hvis $x_0 = v_0 = 0$ er der tale om et frit fald, der til tiden $t = 0$ starter i $x = 0$:

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{for} \quad 0 \leq t \leq t_s . \quad (4.6)$$

Den bevægelsesomvendte proces fås ved at indføre T-tiden, der er givet ved $t = t_s - T$. Herved fås

$$x(T) = \frac{1}{2}g(t_s - T)^2 = \frac{1}{2}gT^2 - gt_sT + \frac{1}{2}gt_s^2$$

Her er t_s den t-tid, der er gået indtil legemet når x_s fra $x = 0$, d.v.s.

$$x_s = \frac{1}{2}gt_s^2 , \quad \text{eller} \quad t_s = \sqrt{2x_s/g} .$$

Så har vi

$$x(T) = \frac{1}{2}gT^2 - gT\sqrt{2x_s/g} + x_s .$$

Sluthastigheden v_s er givet ved $v_s = (dx/dt)_s = gt_s = \sqrt{2gx_s}$, der indført i forrige ligning giver

$$x(T) = \frac{1}{2}gT^2 - v_sT + x_s . \quad (4.7)$$

Dette er netop ligningen for et lodret kast, der til $T = 0$ starter i x_s med hastigheden $-v_s$, d.v.s. opad. Begge bevægelsesligningerne, (4.6) og (4.7), fremstilles af (4.5). Vi kunne selvfølgelig lige så godt opfatte det fri fald som et bevægelsesomvendt lodret kast.

De hidtil betragtede eksempler har alle drejet sig om gnidningsfri bevægelser. Vi skal til slut se på en proces med gnidning, idet forholdene her bliver noget anderledes.

Vi betragter en ideel fjeder, der udfører harmoniske svingninger med amplituden x_0 og frekvensen ω , d.v.s. med svingningstiden $\tau = 2\pi/\omega$. Lad begyndelsestilstanden være sådan, at til $t = 0$ er x lig med x_0 . I så fald er bevægelsen givet ved

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t),$$

der er en løsning til bevægelsesligningen

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx.$$

Hvis vi interesserer os for en halv periode af bevægelsen, kan vi sætte $t_s = \tau/2 = \pi/\omega$. Ved bevægelsesomvendning vil vi selvfølgelig igen få en fjederbevægelse, denne gang blot i modsat orden, fra $-x_0$ til $+x_0$. Ved at indsætte $t = t_s - T$ indses at $x(T) = -x(t)$, sådan som vi ville forvente:

$$x(T) = x_0 \cos(-\omega T + \pi) = -x_0 \cos(-\omega T) = -x_0 \cos(\omega T),$$

hvor T så er lig med nul i afstanden $-x_0$. Hvis der er gnidning, sådan som der er i enhver virkelig fjederbevægelse, vil amplituden aftage. Udsvingene bliver mindre og mindre og dør tilsidst hen (fig. 10).

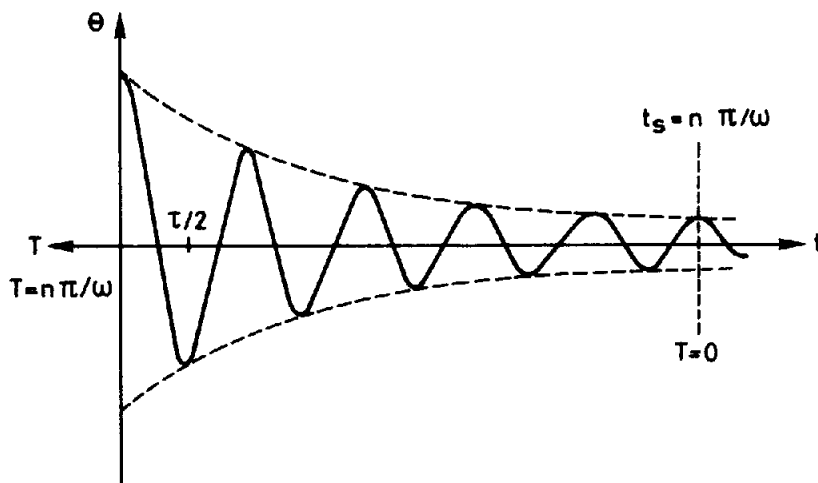


fig.10

Bevægelsesligningen er nu

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \mu \frac{dx}{dt} ,$$

hvor μ er en dæmpnings- eller gnidningskonstant. I modsætning til tidligere indeholder kraften nu et led, hvori tiden indgår via hastigheden. For svag dæmpning bliver løsningen

$$x(t) = x_0 \exp(-\mu t/2m) \cos(\omega t) . \quad (4.8)$$

Den bevægelsesomvendte proces, svarende til filmen, der kører baglæns, fremstiller en slap fjeder, der gradvis får større og større udsving. Lad os f.eks. vælge t_s til at være et helt antal svingningstider, d.v.s. $t_s = n\pi/\omega$ med n lige.

Tidstransformationen $t = n\pi/\omega - T$ giver

$$\begin{aligned} x(T) &= x_0 \exp(-n\mu\pi/2m\omega) \exp(\mu T/2m) \cos(-\omega T + n\pi) = \\ &= x_0 \exp(-n\mu\pi/2m\omega) \exp(\mu T/2m) \cos(\omega T) . \end{aligned}$$

Begyndelsesudsvinget i T -tid er ikke x_0 , men

$$\begin{aligned} x(T=0) &= x(t=n\pi/\omega) = x_0 \exp(-n\mu\pi/2m\omega) \cos(n\pi) = \\ &= x_0 \exp(-n\mu\pi/2m\omega) . \end{aligned}$$

Løsningen i T -tid bliver derfor

$$x(T) = x_0 \exp(\mu T/2m) \cos(\omega T) ,$$

hvor x_0 nu betegner begyndelsesudsvinget i T -tid. Forskellen ligger i eksponentens fortegn. Den omvendte bevægelse vil vokse i amplitude, igen i overensstemmelse med vores forventning.

Hvis vi så en fjeder, der af sig selv fik større og større udsving, ville vi forbavses. Vi ville nok tro, at der var "snyd" i foretagendet; at der var en lille motor forbundet til fjederen, eller at der var tale om et eller andet resonansfænomen. Men bevægelsen er ikke absurd eller modstridende på samme måde, som de tidligere nævnte eksempler på bevægelse bagud i tiden. Den er nok

urealistisk i praksis, men på et mindre graverende plan. Faktisk er der ikke nogle fundamentale love i mekanikken, der forbyder en sådan bevægelse. Ved den rigtige dæmpede fjeder vil den mekaniske energi blive mindre, hvilket vi forklarer med, at der til gengæld opstår gnidningsvarme (indre energi). Den omvendte bevægelse kunne i princippet forklares ved, at noget af systemets indre energi blev omdannet til mekanisk energi. I så fald ville den indre energi aftage i T-tiden, d.v.s. systemet blive koldere. Den bevægelsesomvendte proces er altså i overensstemmelse både med Newtons anden lov og med energisætningen. Hvorfor iagttager vi den så aldrig?

5. Den entropiske tidsteori

De fleste af de processer, vi kender fra vores dagligdag, besidder ikke umiddelbart den egenskab, at de kan vendes om. Tværtimod er vores omverden karakteriseret ved, at dens processer forløber i en bestemt retning, idet der sker en udvikling fra en bestemt tilstand til en anden bestemt tilstand. I langt de fleste tilfælde vil vi straks være i stand til at afgøre om en film blev kørt forlæns eller baglæns.

Lad os betragte et par eksempler på sådanne processer. Vi forestiller os, at der er taget to billeder af samme system til to forskellige tidspunkter, men at vi ikke får oplyst hvilket af billederne, der er taget først (fig.11)

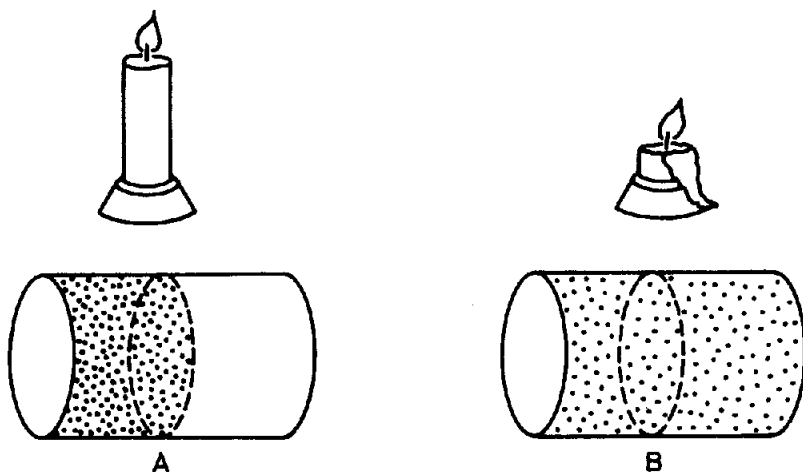


fig.11

To eksempler på irreversible processer. Øverst et stearinlys, der brænder. Nederst en gas, hvis molekyler i A er samlet i den ene halvdel, i B er ligeligt fordelt.

I intet af de anførte eksempler vil vi et øjeblik være i tvivl om, hvilken af tilstandene, der er tidligere end den anden. Vi vil med sikkerhed kunne sige at $t(A) < t(B)$, idet den modsatte

tidsorden vil synes helt forkert. Vi ved at stearinlys altid bliver kortere, når de brænder; de bliver aldrig højere. Vi ved at en gas altid fordeler sig ligeligt i rummet; den samler sig aldrig i den ene del. De nævnte eksempler hører øjensynlig til samme type som det i forrige kapitel nævnte, den dæmpede fjeder. Eksemplerne kunne nemt suppleres med andre. Man kan blot tænke på den store og vigtige gruppe af livsprocesser, hvori der sker en udvikling. Organismer fødes, vokser, ældes og forgår, aldrig omvendt. Uanset om det drejer sig om organisk eller uorganisk udvikling, viser sådanne processer en markant mangel på omvendingssymmetri.

Hvorfra ved vi egentlig, at tilstanden B aldrig spontan kan omdannes til A, men kun omvendt? Først og fremmest er det en erfaringssag, idet vi simpelt hen aldrig har iagttaget, at B spontan omdannes til A. Men hvori ligger den fysiske begrundelse for denne erfaring? Det kan ikke være i Newtons love, for de er jo invariante m.h.t. bevægelsesomvendning. Det kan heller ikke være energisætningen, da processerne $B \rightarrow A$ tilsyneladende ikke strider mod sætningen om energiens konstans. Svaret er, at processer af typen $B \rightarrow A$ er forbudte iflg. termodynamikkens anden hovedsætning. Vi skal give en kort gennemgang af denne fundamentale lov.

En proces $A \rightarrow B$ siges at være reversibel, når systemet B kan bringes tilbage til sin begyndelsestilstand A, d.v.s. når processen $B \rightarrow A$ lader sig realisere. Alle processer, der er symmetriske m.h.t. bevægelsesomvendning er derfor reversible. Derimod behøver reversible processer ikke altid være invariante m.h.t. bevægelsesomvendning. Ved reversibilitet er det ligegyldigt på hvilken måde eller ad hvilken vej B føres tilbage til A. Alle rent mekaniske processer (uden gnidning) er reversible. Processer, sådan som de foregår i virkeligheden, er dog aldrig rent reversible. Processer, der ikke er reversible, kaldes irreversible. Som en speciel vigtig klasse af irreversible processer er de kemiske reaktioner, inklusive de biokemiske og derved biologiske reaktioner.

Termodynamikkens anden hovedsætning siger nu, at et isoleret system kun kan ændres irreversibelt. Der kan godt være delprocesser, der forløber reversibelt, men som helhed, d.v.s. målt ved summen af alle ændringer, er systemet altid irreversibelt. Det er vigtigt at være opmærksom på, at loven i denne formulering gælder

for isolerede systemer. At et system er isoleret, betyder at det ikke udveksler energi (stråling eller stof) med omgivelserne; der er ingen transport af energi ind i eller ud af systemet. I praksis er ingen fysiske systemer helt isolerede. Det eneste "system", der er isoleret i absolut forstand, og hvor anden hovedsætning således må formodes at gælde strengt, er universet som helhed. Universet er isoleret så at sige pr. definition, da det ikke har nogle omgivelser (-hvis der var omgivelser, ville disse selv høre til universet).

Anden hovedsætning formuleres ofte ved hjælp af en fra varmelæren afledt størrelse, der kaldes entropien. Hvis et legeme tilføres en lille varmemængde dq vil dets entropi pr. definition ændres med størrelsen

$$dS = \frac{dq}{T} , \quad (5.1)$$

hvor T betegner legemets absolutte temperatur og S er symbolet for entropien. S måles således i enheden J/K. Hvis den tilførte varmemængde ikke er meget lille, vil temperaturen jo ændres med den tilførte varme og (5.1) kan ikke benyttes direkte. Ændres systemet fra en tilstand 1 til en tilstand 2, vil entropiændringen i almindelighed være

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T} \quad (5.2)$$

Normalt er det kun ændringer i entropien, der har interesse, hvorfor størrelsen S_1 i (5.2) kan fastsættes vilkårligt. Det viser sig dog passende at fastsætte et absolut nulpunkt for entropien, således at $S = 0$ når $T = 0$. Denne fastsættelse af entropiens nulpunkt kaldes ofte for termodynamikkens tredje hovedsætning (den første hovedsætning er identisk med energisætningen).

For et system, der ikke er isoleret, kan entropiændringen skrives som summen af to bidrag

$$\Delta S = \Delta S_i + \Delta S_y ,$$

hvor ΔS_i er ændringen i systemets indre entropi og ΔS_y er den entropi, der udveksles mellem systemet og dets omgivelser.

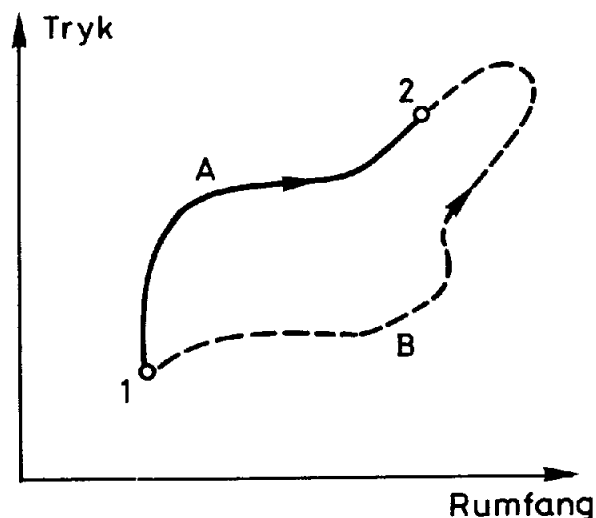


fig.12

Hvis et legeme, f.eks. en gasmasse, har entropien S_1 i tilstand 1, kan tilstanden ændres isotermt til 2 ad en bestemt "vej" i pV diagrammet, f.eks. ad vejen A (se fig. 12). Føres legemet fra 1 til 2 ad en anden vej B, vil entropiændringen være den samme:

S afhænger kun af begyndelses- og sluttilstanden.

Dette resultat gælder uanset om processen forløber reversibelt eller irreversibelt. Hvis processen er reversibel, således at 2 kan føres tilbage til 1, vil vi altså have

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} + \int_2^1 \frac{dq}{T} = 0 ,$$

eller alment

$$\oint \frac{dq}{T} = 0 ,$$

hvor der integreres langs en vilkårlig lukket kurve. For et isoleret system, der ændres reversibelt, vil den samlede entropi være konstant, $\Delta S = 0$. For irreversible processer vil enhver ændring i entropien derimod opfylde uligheden $\Delta S > 0$. Samlet gælder altså: For et isoleret system vil entropien altid ændres som

$$\Delta S \geq 0 ,$$

hvor lighedstegnet kun gælder for reversible processer. Denne sætning om entropiens vækst er en anden version af termodynamikkens anden hovedsætning. Det er overalt underforstået, at de ændringer, der er tale om, er ændringer i tiden. Entropiloven er således asymmetrisk m.h.t. tiden.

I den anden hovedsætning og i entropibegrebet indgår ingen forudsætninger om stoffets struktur. Vi ved imidlertid at stof består af atomer, molekyler og lignende partikler. F.eks. består en gas af molekyler, der kun vekselvirker med hinanden ved sammenstød. Betragter vi en gas, der er indesluttet i en beholder, har vi iflg. den kinetiske molekylteori et billede af bevægende molekyler, der af og til støder sammen med hinanden og med beholderens vægge. Molekylernes bevægelse foregår i overensstemmelse med mekanikkens love og er således invariante m.h.t. tidsomvending i den tidligere nævnte betydning af bevægelsesomvending. Alligevel er gassens samlede eller makroskopiske opførsel ikke invariant m.h.t. tidsomvending, således som entropiloven og erfaringen viser. Gasser og andre fysiske systemer viser øjensynlig kun deres tidslige irreversibilitet på et makroskopisk plan. Den irreversibilitet, som entropiloven udtrykker, forsvinder, når vi betragter de enkelte partiklers bevægelse.

Entropien er i det hele taget et begreb, der kun meningsfyldt kan knyttes til kollektive fænomener, hvor der er mange partikler til stede. Sådanne begreber kendes fra andre dele af termodynamikken, f.eks. fra temperaturbegrebet. Lige så lidt som man kan sige at en enkelt elektron har en temperatur, kan man sige, at den har en entropi.

Set ud fra den kinetiske molekylteoris standpunkt kan man udtrykke entropien ved den "sandsynlighed" et system i en bestemt tilstand har. Der gælder at

$$S = k \ln \Omega \quad (5.3)$$

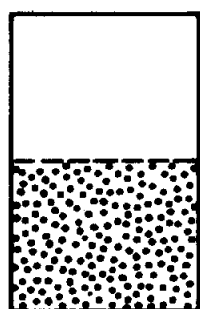
hvor k er Boltzmanns konstant og Ω er den s.k. termodynamiske sandsynlighed. Denne kan fortolkes, som den mangel på organisation eller orden et systems bestanddele har. Et eksempel på et sy-

stem med stor orden er et krystal, hvor ionerne sidder i et bestemt rumligt mønster. Krystallet har en lille "sandsynlighed" og en lav entropi. Når krystallet smelter eller opløses bliver systemet mere uordnet og entropien vokser. Man kan sige, at termodynamikkens anden hovedsætning udtrykker, at i et isoleret system kan en uordnet tilstand aldrig gå over i en mere ordnet tilstand. Der er en naturlig eller spontan tendens til, at processer udvikler sig i retning af uorden. For en proces, der går fra tilstand 1 til tilstand 2, vil vi have

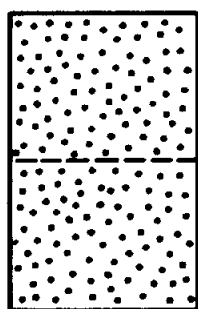
$$\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$$

Er processen reversibel, vil de to tilstande have samme termodynamiske sandsynlighed, d.v.s. $\Omega_1 = \Omega_2$, hvorfor $\Delta S = 0$. Da $\ln \Omega$ vokser monotont med Ω kan entropiloven udtrykkes ved at $\Delta \Omega > 0$ for alle (irreversible) processer.

For at antyde indholdet af (5.3) kan vi betragte en meget idealiseret model af det tidligere eksempel med en gas, der oprindeligt er i den ene halvdel af en beholder. Lad antallet af molekyler være N og lad N_1 være antallet af molekyler i den ene halvdel, $N_2 = N - N_1$ antallet af molekyler i den anden halvdel (fig.13).



$$\begin{aligned} N_1 &= 10 \\ N_2 &= 0 \\ \Omega &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} N_1 &= 5 \\ N_2 &= 5 \\ \Omega &= \Omega_{\max} = 252 \end{aligned}$$

N_1	N_2	$\Omega/\Omega_{\max}$	$\ln \Omega$
0	10	0.004	0
1	9	0.04	2.3
2	8	0.18	3.8
3	7	0.48	4.8
4	6	0.83	5.3
5	5	1.00	5.5
6	4	0.83	5.3
7	3	0.48	4.8
8	2	0.18	3.8
9	1	0.04	2.3
10	0	0.004	0

Fig. 13

De N molekyler kan fordeles i de to halvdele på et forskelligt antal måder, alt efter N_1 og N_2 . Antages molekylerne (urealistisk) at kunne skelnes fra hinanden, er antallet af fordelinger givet ved

$$\Omega = \binom{N}{N_1} = \frac{N!}{N_1!N_2!}$$

hvor $N! = N(N-1)(N-2)\dots 2 \cdot 1$. Uanset hvordan fordelingen starter, vil den efter lang tid resultere i $N_1 = N_2 = N/2$, der giver det største antal fordelinger og i den forstand den mest sandsynlige tilstand. I fig. 13 er dette illustreret med $N = 10$.

Eksemplet antyder at entropiloven er af statistisk art og at der er en vis, omend meget lille, sandsynlighed for at gassens udvikling ikke følger en vækst i entropien. At denne sandsynlighed er umådeligt lille, ses af følgende eksempel. Hvis 1 ml vand af 27° blandes med 1 ml vand af 28° , vil slutsystemet (2 ml vand af $27,5^\circ$) være mere uordnet, idet strukturen med to adskilte temperaturområder er forsvundet. Entropien er vokset, svarende til at blandings- og udjævningsprocessen er en spontan, irreversibel proces. Ved hjælp af (5.3) kan man regne ud at sandsynligheden for at blandingen resulterer i en normal temperaturudjævning er af størrelsesordenen $10^{1000000000}$ gange større, end at dette ikke ville ske! Selv om entropien således kan aftage, er sandsynligheden herfor altså ufattelig lille og kan i enhver praktisk henseende sættes lig med nul.

Sætningen om entropiens vækst er en af fysikkens mest fundamentale love. Da entropien altid vokser, ligger det nært at koble ideen om tidens retning til entropiens vækst. Dette er tanken bag den entropiske tidsteori, der kan formuleres i udsagnet: Hvis $S(t_2)$ er større end $S(t_1)$, så er t_2 senere end t_1 .

I denne formulering behøver teorien ikke opfattes som en definition på tidens retning, men er i det mindste et kriterium på den rette brug af ordene "tidligere" og "senere". Iflg. den entropiske tidsteori er entropien det objektive mål for tiden, i den forstand at tidens retning er, som den er, fordi entropien altid vokser. Man forestiller sig, at hvis der er områder af universet, hvor entropien aftager, vil tidsretningen i disse områder være vendt om. I betragtning af entropilovens stokastiske karakter må

man regne med, at der er lokale fluktuationer i tid og rum af entropien, og at der således findes sådanne omvendt-entropiske enklaver i universet.

Denne opfattelse blev fremført i slutningen af forrige århundrede af Boltzmann, der mente at tiden i sådanne "verdener" ville have modsat retning af vores tid. Men væsner, der måtte leve i omvendt-entropiske verdener, vil iflg. Boltzmann ikke have nogen fornemmelse af, at tiden går baglæns. Tiden vil altid gå fremad, fra fortid mod fremtid, lige som mennesker på forskellige steder på jordkloden vil fortolke "opad" som retningen fra jord mod himmel. Ideen om omvendt-entropiske enklaver blev fremført som et svar på den dengang meget diskuterede s.k. varmedød. Hvis entropien i verden fortsætter med at vokse, vil universet engang i en meget fjern fremtid have nået sin maksimale entropi eller uorden. Den vil være blevet til en jævn "suppe" uden nogen struktur overhovedet. Iflg. den entropiske tidsteori vil tiden, der følger entropien, ikke længere have nogen retning, når universet er gået ind i denne tilstand af uafvendelig varmedød. Tiden vil ophøre med at eksistere og enhver form for liv vil for evigt være udslett.

Boltzmanns svar på denne pessimistiske spådom om varmedøden er ikke holdbar. Ganske vist vil lokale fluktuationer til stadighed resultere i omvendt-entropiske enklaver af partikler, men regningen viser, at disse vil være ganske små og derfor formentlig ikke vil kunne give anledning til selv primitive livsformer. Desuden var hele diskussionen om universets varmedød og anvendelsen af termodynamiske argumenter på kosmologiske problemer baseret på den datidige, ret primitive opfattelse af et statisk univers. Grundlaget for diskussionen har ændret sig med erkendelsen af at universet udvider sig (jvf. kap.14).

6. Tidspilen

Den entropiske tidsteori er prototypen på de teorier, hvis ambition det er at give et fysisk mål for tiden, herunder at forklare dens retning. Iflg. den entropiske tidsteori findes der i naturlovene selv, nemlig i form af entropien, en tidspil, der peger mod fremtiden. Som vi skal se i det følgende, findes der andre kandidater til en tidspil inden for andre af fysikkens områder. Det er imidlertid bemærkelsesværdigt, at det man normalt kalder de fundamentale naturlove - her tænkes på de mekaniske love (både klassisk og relativistisk) og elektrodynamikkens og kvanteteoriens love - alle er invariante m.h.t. tidsomvending. Lige så lidt som Newtons anden lov giver andre fundamentale love mulighed for at skelne mellem forlæns tid og baglæns tid. Dette er så meget mere bemærkelsesværdigt, som man ved den oprindelige formulering af disse love ikke har haft spørgsmålet om tidsomvending i tankerne. Det faktum at naturlovene ikke selv skelner mellem tidens retninger, synes på forhånd at gøre det vanskeligt at retfærdiggøre ideen om en tidspil.

Selv om det i praksis vil være muligt at basere en skelnen mellem fortid og fremtid på kendskabet til entropien, kan den entropiske tidsteori næppe accepteres. Blandt de mere almindelige indvendinger, der kan rettes mod teorien, er disse:

1. Entropibegrebet er som nævnt kun veldefineret for et system af mange partikler. Da entropien er defineret via systemets orden eller termodynamiske sandsynlighed, har det ingen mening at tilskrive en enkelt partikel, isoleret fra omgivelserne, nogen entropi. Alligevel er det meningsfyldt og påkrævet at tilskrive en sådan partikel en tidslig retning. Vi kan sige, at partiklen først befinder sig et sted og senere et andet sted. Vi kan bruge ordene "tidligere" og "senere" korrekt, uden at de kan relateres til entropien.

2. For systemer, der ændres reversibelt, burde man efter den entropiske tidsteori konkludere, at der ikke er nogen tidslig æn-

dring, at "tiden står stille". Dette er absurd, eller i det mindste i skarp modstrid med vor almindelige opfattelse af tiden, al den stund der også i reversible processer sker stadige forandringer af molekylernes sted. At beskrive ændringer eller processer uden et tidsbegreb, der er indført på forhånd, synes håbløst.

3. Som vi har set i det forrige kapitel, er der en vis sandsynlighed for at entropien i systemet aftager, omend sandsynligheden herfor er umådelig lille. Hvis entropien aftog lokalt skulle vi iflg. den entropiske tidsteori sige at tiden i området dermed havde skiftet retning. Hvis vi f.eks. iagttog, at sukkeret i en kop kaffe samledes og dannede en sukkerknald, eller at luften spontant adskiltes i kvælstof og ilt, ville vi så fortolke disse usandsynlige, men altså ikke umulige hændelser, som at tiden havde skiftet retning i kaffekoppen eller i luften? Selvfølgelig ikke. Vi ville sige, at vi havde iagttaget en særdeles usandsynlig ting, der dog er mulig iflg. fysikkens love i almindelig forløbs tid. Vi ville aldrig finde på at bytte om på "før" og "efter" i forhold til aflæsningerne på vore ure.

Alt i alt er der grund til at konkludere, at hverken entropien eller andre irreversible fysiske størrelser alene kan definere tiden. Dette er en konklusion, der også støttes af en nøjere analyse af termodynamikkens anden hovedsætning end vi her kan komme ind på, samt af videre filosofiske argumenter. Tid må snarere opfattes som et primært begreb, der ligger til grund for de fysiske love overhovedet. Det ligger uden for fysikkens opgave og muligheder at give en fyldestgørende forklaring på hvad tiden er. Hvilket ikke betyder, at tiden er et mystisk begreb eller et begreb, der er utilgængeligt for fysisk analyse. At dette ikke er tilfældet, burde fremgå af denne bog.

7. Tiden i elektrodynamik og bølgelære

Vi skal nu undersøge tidens rolle i elektrodynamikken, idet vi specielt skal interessere os for problemet om bevægelsesomvending i elektrodynamiske processer. De ligninger, der beskriver elektriske og magnetiske fænomener, kan sammenfattes i Maxwells fire ligninger og Lorentz's kraftlov. Disse ligninger lyder i deres standardformulering:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0 \quad (7.1)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (7.2)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (7.3)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (7.4)$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (7.5)$$

Ved hjælp af relativitetsteorien kan Lorentz's lov (7.5) vises at være en konsekvens af Maxwell ligningerne, men dette faktum er ikke væsentligt i vor sammenhæng.

Vi har tidligere set at den grundlæggende mekaniske lov, Newtons anden lov, er invariant m.h.t. bevægelsesomvending, og at dette er begrundet i, at den er af anden orden i størrelsen d/dt . Blandt de elektrodynamiske grundligninger er (7.1) og (7.2) "statistiske", idet de ikke indeholder tiden. De tre øvrige ligninger indeholder derimod d/dt i første orden. Da dt ved bevægelsesomvending går over i $-dT$ er disse tre ligninger tilsyneladende ikke invariante m.h.t. bevægelsesomvending. Det kunne derfor se ud

som om, at de elektrodynamiske love i sig selv indeholder information om tidens retning og således kan fungere som en tidspil.

Lad os eksempelvis betragte en positiv ion med ladning q , der med begyndelseshastighed $\vec{v}$ sendes vinkelret ind i et homogent magnetisk felt. Ionen vil afbøjes cirkulært under indflydelse af Lorentz kraften (7.5), der også kan skrives

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}.$$

Med de valgte retninger af $\vec{v}$ og $\vec{B}$ (se fig.14) vil ionen komme ind i magnetfeltet ved P og forlade det ved Q. Lad os starte og stoppe tidsmålingen ved hhv. P og Q, således at $t(P) = 0$ og $t(Q) = t_s$. Udføres tidstransformationen $t = t_s - T$, eller $dt = -dT$, fås resultatet

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dT^2} = -q \frac{d\vec{r}}{dT} \times \vec{B}.$$

Denne ligning beskriver en negativ ions afbøjning i samme magnetfelt, forløbende i T tid: ionens bevægelse starter i Q til $T = 0$, men med hastighed nedad. Alternativt beskriver ligningen en positiv ion, der starter i Q med hastighed opad. Resultatet bliver under alle omstændigheder en ny halvcirkel, men ikke i en bane, der går tilbage til P; bevægelsen går derimod fra Q til P'. Da banen i T tid er en anden end banen i t tid, er der ikke tale om bevægelsesomvending. Sagt på anden måde vil en film af bevægelsen i normal t tid ved at blive kørt baglæns (d.v.s. bane fra Q til P) ikke kunne forveksles med bevægelsen i T tid.

Den tidsmæssige asymmetri, eksemplet viser, er dog kun tilsyneladende, idet en mere korrekt analyse (se nedenfor) vil føre til tidssymmetri. For at vise dette, må vi først se lidt nøjere på Maxwell ligningernes tidsforhold.

Iflg. (7.3), kendt som Faradays induktionslov, vil en tidslig ændring af den magnetiske flux gennem en flade skabe et elektrisk hvirvelfelt. Fluxen, Φ_B , er defineret som fladeintegralet på højre side af (7.3). Retningen af det skabte elektriske felt og variationen i den magnetiske flux hænger sammen via Lenz's lov.

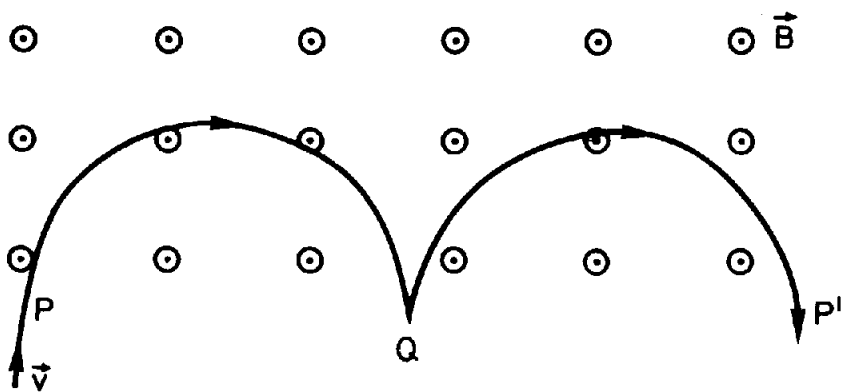


Fig.14

Hvis der er et lederstykke langs den randkurve, der begrænser fladen, vil det frembragte elektriske felt (eller den tilhørende potentialforskel $\vec{E} \cdot d\vec{s}$) give anledning til en strøm, idet elektronerne bevæges modsat feltets retning. Vi kan eksempelvis lade E feltet blive frembragt af et aftagende B felt, således at dB/dt er negativ. Så vil E feltet langs randkurven være i den på fig.15 angivne retning.

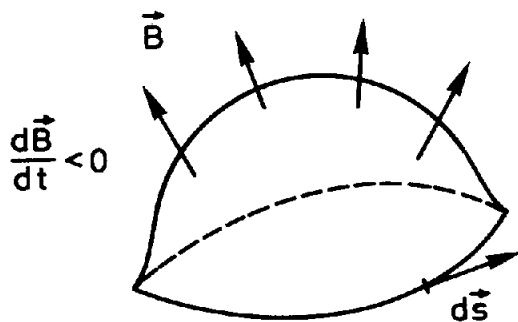


Fig.15

Anvender vi tidstransformationen $dt = -dT$ får vi

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = d\Phi_B/dT,$$

i stedet for $-d\Phi_B/dt$ som i (7.3). Dette resultat svarer til at magnetfeltet vokser i T tiden, hvilket vil sige at $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ skifter fortegn således at $\vec{E}(T) = -\vec{E}(t)$. Nu er kriteriet for invarians ved bevægelsesomvending jo, at bevægelsen er upåvirket af transformationen $(t, \vec{v}) \rightarrow (-t, -\vec{v})$. Hvis ladningernes hastighed vendes om, d.v.s. at strømmen får modsat retning, samtidig med at tiden skifter fortegn, får vi helt samme bevægelse som i normal forløbstid. Vi ser således, at Faradays induktionslov alligevel er invariant m.h.t. bevægelsesomvending.

For (7.4) bliver resultatet det samme. Ved bevægelsesomvendings-transformationen skifter strømmen retning og fluxændringen skifter fortegn, hvorfor det frembragte B felt også vendes om. Men da samtidig hastigheden er vendt om, vil $\vec{v} \times \vec{B}$ forblive uændret. Enhver bevægelse frembragt af $\vec{B}(t)$ vil derfor være den samme som den bevægelse, der frembringes af den bevægelsesomvendte proces.

Vi kan nu vende tilbage til eksemplet med den cirkulært afbøjede ion i magnetfeltet. Her ændrede vi dt til $-dt$, således at hastigheden skiftede retning. Ved tidsomvendingen vil der imidlertid samtidig ske det, at det magnetiske felt vendes om. Iflg. (7.4) skyldes magnetfelter jo strømme, evt. forskydningsstrømme, og vi har netop set, at disse vendes ved tidsomvending. Herved bliver størrelsen $\vec{v} \times \vec{B}$ uændret, således at bevægelsen i T tid ikke bliver fra Q til P', som først argumenteret, men fra Q til P. Ionens bevægelse er alligevel tidssymmetrisk.

Alment kan vi konkludere at elektromagnetiske processer, lige som mekaniske processer, er invariante m.h.t. bevægelsesomvending. De elektromagnetiske love kan derfor ikke selv bruges til at angive en retning for tiden.

Alligevel synes der at være et elektrodynamisk fænomen, der kan gøre krav på at fungere som tidspil. Elektriske og magnetiske felter kan udbrede sig i form af bølger, således som det er kendt fra lys, radiobølger, røntgenstråling m.v. I en elektromagnetisk bølge svinger E og B felterne vinkelret på hinanden og samtidig vinkelret på udbredelseshastigheden. Bølgerne opstår når elektriske ladninger, f.eks. elektroner i en antenne, bringes i svingninger.

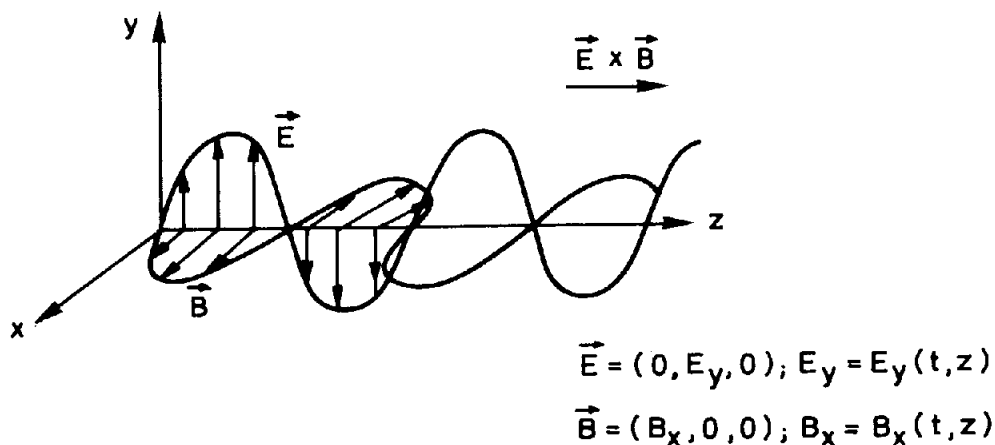


Fig.16

Idet der henvises til fig.16, kan det ud fra Maxwell ligningerne i vacuum ($q=I=0$) vises at $E = E(z, t)$ opfylder ligningen

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{d^2 E}{dt^2} = \frac{d^2 E}{dz^2}, \quad \text{hvor } E = E_y.$$

Ligeledes vil $B = B(z, t)$ opfylde

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{d^2 B}{dt^2} = \frac{d^2 B}{dz^2}, \quad \text{hvor } B = B_x.$$

Størrelsen $\epsilon_0 \mu_0$ er et udtryk for udbredelseshastigheden, idet følgende sammenhæng gælder:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

De elektriske og magnetiske felter tilfredsstiller altså den s.k. endimensionale bølgeligning, der alment har formen

$$\frac{d^2 \psi}{dz^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \psi}{dt^2}. \quad (7.6)$$

Ved prøve indsættes at (7.6) tilfredsstilles af den harmoniske bølge

$$\psi_{\rightarrow}(r, t) = A \sin(2\pi f(t - z/c)) \quad (7.7)$$

hvor A er en amplitude og f er frekvensen. Ved hjælp af de kendte sammenhænge

$$\lambda f = c \quad \text{og} \quad 1/f = T,$$

kan (7.7) omskrives til formen

$$\psi_{\rightarrow}(r, t) = A \sin(2\pi(t/T - z/\lambda)). \quad (7.8)$$

Dette fremstiller en plan, harmonisk bølge, der udbreder sig i den positive z akse retning og hvis bølgelængde er λ og svingningstid T . Ligning (7.7) eller (7.8) er ikke den eneste løsning til bølgeligningen. Ved prøve indses at enhver funktion af typen $g(t - z/c)$, hvor g er to gange differentiabel m.h.t. t og z , er løsning. Der findes desuden løsninger, der svarer til en bølge, som udbreder sig i den modsatte retning:

$$\psi_{\leftarrow}(z, t) = A \sin(2\pi f(t + z/c)) \quad (7.9)$$

eller mere alment $g(t + z/c)$.

Bølgeligningen (7.6) gælder generelt for bølger, hvor der ikke er nogen dæmpning. Ligningen, og dermed også løsningerne (7.7) og (7.9), gælder for vandbølger, snorebølger, lydbølger og elektromagnetiske bølger. I sidstnævnte tilfælde er udsvinget eller forstyrrelsen (ψ) blot ikke en materiel partikels udsving, men udsvinget af elektriske og magnetiske feltvektorer.

Ud fra bølgeligningen ses straks, at den er invariant m.h.t. tidsomvending. Da den er en anden ordens differentialligning i d/dt , vil den have samme form, uanset dt erstattes med $-dt$. Den tidslige symmetri af (7.6) kommer ikke bag på os. Den kan jo udledes enten af mekanikkens love (f.eks. snorebølger og vandbølger) eller af elektrodynamikkens love (elektromagnetiske bølger) og disse love er selv tidssymmetriske. Så længe vi begrænser os til plane bølger, er der altså ingen problemer med tidens retning. Tidsomvending svarer blot til at bølgen går i den modsatte retning. I praksis er mange bølger imidlertid ring- eller kuglebølger, som udbreder sig symmetrisk om et bestemt punkt, kilden. Når man smider en sten i en stille sø, vil vandbølgen udbrede sig

ringformigt, i to dimensioner. Når man tænder en lampe, vil lysbølgen udbrede sig kugleformigt over hele rummet. Den bølgeligning, der gælder for sådanne bølger, kan vises at have formen

$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2(r\psi)}{dt^2} \quad (7.10)$$

Her betegner r afstanden fra kilden, d.v.s. $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ for kuglebølger og $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ for ringbølger. Det er nemt at finde løsninger til (7.10), idet denne ligning er den samme som (7.6), hvis blot z erstattes med r og ψ med $r\psi$. (7.10) har derfor de harmoniske løsninger

$$\psi_-(r, t) = A/r \sin(2\pi f(t - r/c)) \quad (7.11)$$

$$\psi_+(r, t) = A/r \sin(2\pi f(t + r/c)) \quad (7.12)$$

I almindelighed er der løsninger af formen

$$\frac{1}{r} g(t - r/c) \quad \text{og} \quad \frac{1}{r} g(t + r/c).$$

Amplituden aftager hyperbolsk i og med at bølgen spredes ud over et større areal.

Sammenligner vi (7.11) med (7.7), ser vi at (7.11) fremstiller en bølge, der udbreder sig fra centret $r=0$; først til et senere tidspunkt, r/c sekunder efter den blev skabt i $r=0$, når bølgen ud til afstanden r . I (7.7) kunne z være negativ, hvilket umiddelbart sikrede (7.9) en fysisk mening. I (7.11) betegner r imidlertid en længde, ikke en afstandskoordinat, og er således altid positiv. Vi kan ikke omforme (7.11) til (7.12) ved at erstatte r med $-r$ i fysisk forstand. Alligevel er (7.12) en løsning til bølgeligningen, og den har en fysisk betydning, idet den kan fortolkes som en indkommende ring- eller kuglebølge. Bølgen starter i store afstande fra $r=0$ for så, til senere tidspunkter, at konvergere mod centret. I tilfældet med ringbølgen i vand vil man først have en ringformet bølgefront i afstanden r , med alt vandet inden for cirklen uberørt af forstyrrelsen; r/c sekunder senere vil bølgen samles i centret (c er vandbølgenes hastighed og naturligvis ikke lyshastigheden).

hvor A er en amplitude og f er frekvensen. Ved hjælp af de kendte sammenhænge

$$\lambda f = c \quad \text{og} \quad 1/f = T,$$

kan (7.7) omskrives til formen

$$\psi_{\rightarrow}(r, t) = A \sin(2\pi(t/T - z/\lambda)). \quad (7.8)$$

Dette fremstiller en plan, harmonisk bølge, der udbreder sig i den positive z akse retning og hvis bølgelængde er λ og svingningstid T . Ligning (7.7) eller (7.8) er ikke den eneste løsning til bølgeligningen. Ved prøve indses at enhver funktion af typen $g(t - z/c)$, hvor g er to gange differentiabel m.h.t. t og z , er løsning. Der findes desuden løsninger, der svarer til en bølge, som udbreder sig i den modsatte retning:

$$\psi_{\leftarrow}(z, t) = A \sin(2\pi f(t + z/c)) \quad (7.9)$$

eller mere alment $g(t + z/c)$.

Bølgeligningen (7.6) gælder generelt for bølger, hvor der ikke er nogen dæmpning. Ligningen, og dermed også løsningerne (7.7) og (7.9), gælder for vandbølger, snorebølger, lydbølger og elektromagnetiske bølger. I sidstnævnte tilfælde er udsvinget eller forstyrrelsen (ψ) blot ikke en materiel partikels udsving, men udsvinget af elektriske og magnetiske feltvektorer.

Ud fra bølgeligningen ses straks, at den er invariant m.h.t. tidsomvending. Da den er en anden ordens differentialligning i d/dt , vil den have samme form, uanset dt erstattes med $-dt$. Den tidslige symmetri af (7.6) kommer ikke bag på os. Den kan jo udledes enten af mekanikkens love (f.eks. snorebølger og vandbølger) eller af elektrodynamikkens love (elektromagnetiske bølger) og disse love er selv tidssymmetriske. Så længe vi begrænser os til plane bølger, er der altså ingen problemer med tidens retning. Tidsomvending svarer blot til at bølgen går i den modsatte retning. I praksis er mange bølger imidlertid ring- eller kuglebølger, som udbreder sig symmetrisk om et bestemt punkt, kilden. Når man smider en sten i en stille sø, vil vandbølgen udbrede sig

ringformigt, i to dimensioner. Når man tænder en lampe, vil lysbølgen udbrede sig kugleformigt over hele rummet. Den bølgeligning, der gælder for sådanne bølger, kan vises at have formen

$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2(r\psi)}{dt^2} \quad (7.10)$$

Her betegner r afstanden fra kilden, d.v.s. $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ for kuglebølger og $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ for ringbølger. Det er nemt at finde løsninger til (7.10), idet denne ligning er den samme som (7.6), hvis blot z erstattes med r og ψ med $r\psi$. (7.10) har derfor de harmoniske løsninger

$$\psi_{\rightarrow}(r, t) = A/r \sin(2\pi f(t - r/c)) \quad (7.11)$$

$$\psi_{\leftarrow}(r, t) = A/r \sin(2\pi f(t + r/c)) \quad (7.12)$$

I almindelighed er der løsninger af formen

$$\frac{1}{r} g(t - r/c) \quad \text{og} \quad \frac{1}{r} g(t + r/c).$$

Amplituden aftager hyperbolsk i og med at bølgen spredes ud over et større areal.

Sammenligner vi (7.11) med (7.7), ser vi at (7.11) fremstiller en bølge, der udbreder sig fra centret $r=0$; først til et senere tidspunkt, r/c sekunder efter den blev skabt i $r=0$, når bølgen ud til afstanden r . I (7.7) kunne z være negativ, hvilket umiddelbart sikrede (7.9) en fysisk mening. I (7.11) betegner r imidlertid en længde, ikke en afstandskoordinat, og er således altid positiv. Vi kan ikke omforme (7.11) til (7.12) ved at erstatte r med $-r$ i fysisk forstand. Alligevel er (7.12) en løsning til bølgeligningen, og den har en fysisk betydning, idet den kan fortolkes som en indkommende ring- eller kuglebølge. Bølgen starter i store afstande fra $r=0$ for så, til senere tidspunkter, at konvergere mod centret. I tilfældet med ringbølgen i vand vil man først have en ringformet bølgefront i afstanden r , med alt vandet inden for cirklen uberørt af forstyrrelsen; r/c sekunder senere vil bølgen samles i centret (c er vandbølgenes hastighed og naturligvis ikke lyshastigheden).

De løsninger, der svarer til (7.11) eller alment til $g(t - r/c)$, kaldes retarderede løsninger, idet deres ankomst er forsinket i forhold til afsendelsestidspunktet. De udtrykker at effekten i afstanden r og til tiden t skyldes en tidligere hændelse, placeret i fortiden i forhold til t . Almindelige bølger, således som vi kender dem fra naturen, er altid retarderede. Løsningerne af typen $g(t + r/c)$, f.eks. (7.12), kaldes avancerede. De udtrykker en situation, hvor effekten skyldes en senere hændelse, placeret i fremtiden i forhold til t .

Avancerede bølger kendes ikke fra den fysiske virkelighed. Hvis ringbølger dannes langs bredden af en sø for derefter at løbe sammen mod søens midte, ville fænomenet måske nok kunne forklares som resultatet af et meget sjældent tilfælde af spontan samordning mellem vandmolekylernes termiske bevægelser; de spontane bevægelser måtte så på en eller anden måde være koordinerede for at give anledning til en kohærent bølge. En sådan tilfældig koordination er højst usandsynlig, men i princippet mulig. Såfremt vi fastholder, at årsagen til en proces altid skal komme før virkningen, vil vi ikke kunne sige, at hændelsen i søens midte (f.eks. en sten, der bryder vandfladen) er årsag til bølgen. Vi har dog set (kap. 2), at kausalitet ikke nødvendigvis behøver være udtrykt ved tidsrækkefølgen, og at der filosofisk set ikke er noget i vejen for at indføre baglænskausale processer. Hvis baglænskausaltet accepteres, vil man stadig kunne opfatte hændelsen i søens midte som årsag til den bølge, der konvergerer mod centret før hændelsen indtræder.

Avancerede bølger afvises ofte som "ufysiske". Vi kan dog give de avancerede bølger et slags fysisk indhold ved at opfatte dem som løsninger til bølgeligningen, der giver os oplysning om tilstanden før udsendelsen fra kilden. Retarderede bølgeprocesser er irreversibile i den forstand, at den omvendte proces, svarende til de avancerede bølger, ikke er realiseret i naturen. Denne irreversibilitet har imidlertid ikke sin rod i de elektrodymaniske love, men i de begyndelses- og grænsebetingelser, der findes i naturen. Vi kan godt konstruere et fysisk system med sådanne grænsebetingelser, at processer, der svarer til avancerede bølger, realiseres.

Vi kan f.eks. forestille os et system, der kan udsende eller optage energi (lys) fra centret af en kugleskal, hvis inderside er

reflekterende. Når systemet er opladet, d.v.s. i en høj energitilstand, kan det udlade energien i form af en udadgående kuglebølge. Hvis udladningen sker til $t=0$, vil den senere udvikling beskrives ved en retarderet bølge af formen $g(t - r/c)$. Er kuglens radius R , vil bølgen reflekteres R/c sekunder efter udsendelsestidspunktet og vil have form af en indadgående kuglebølge, indtil den absorberes til $t = 2R/c$. Det herved opladede system vil igen udsende lys, der igen reflekteres, o.s.v. Der vil være en stadig veksel mellem indad- og udadgående bølger og centret vil veksle mellem at fungere som emitter (lysgiver) og absorber. I forhold til den efterfølgende absorption/emission vil den indadgående bølge beskrives af den avancerede løsning $g(t + r/c)$.

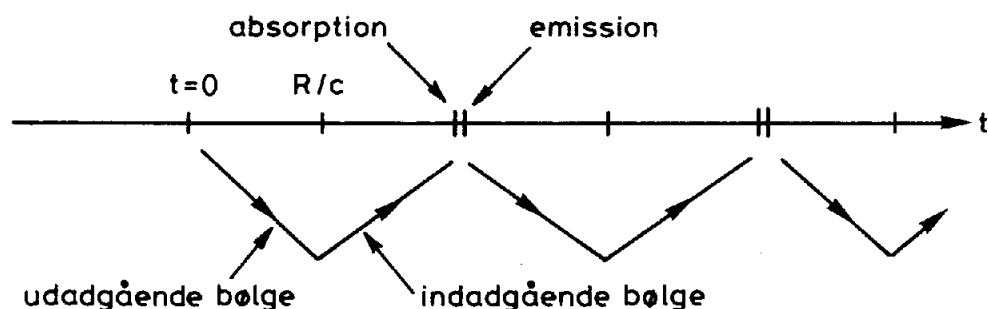


Fig. 17

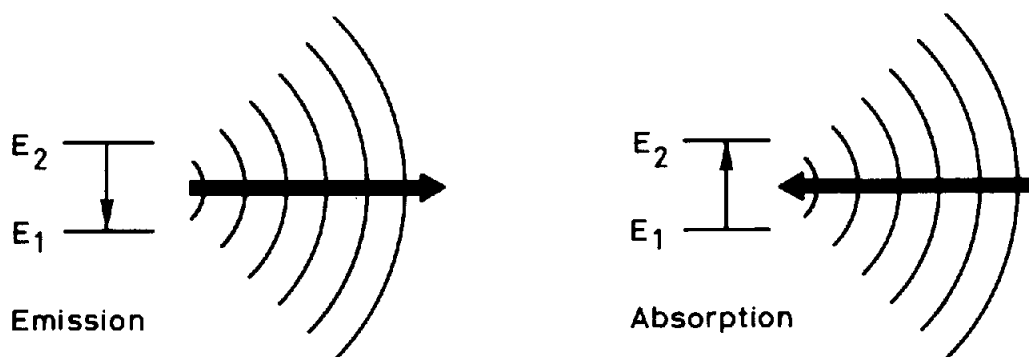
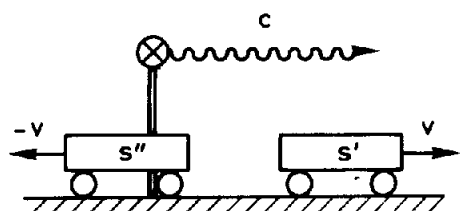


Fig. 18

Som eksemplet illustrerer, er avancerede bølger tidsomvendte i forhold til de normale, retarderede bølger under den forudsætning at processen ved kilden også vendes om. Ved tidsomvending vil emission blive til absorption, og omvendt (fig. 18). Begge processer beskrives af de samme elektrodynamiske ligninger og er helt ens bortset fra tidsrækkefølgen. Ved emission beskrives de udadgående bølger ved de retarderede løsninger, ved absorption beskrives de indadgående bølger ved de avancerede løsninger.

8. Samtidighed

Den specielle relativitetsteori er baseret på Einsteins relativitetsprincip, iflg. hvilket naturlovene skal være de samme i henførelsessystemer, der bevæger sig jævnt i forhold til hinanden; sådanne systemer, hvori inertiens lov har gyldighed, kaldes inertialsystemer. Eksperimenter, udført i forskellige inertialsystemer, skal føre til resultater, der udtrykkes på samme form. Denne ensartethed eller invarians m.h.t. jævn bevægelse gælder også de elektrodynamiske love, der forudsiger at lyset har en bestemt, konstant hastighed (nemlig givet ved $c = \sqrt{1/\epsilon_0 \mu_0}$, jvf. kap. 7). Det vil sige at relativitetsprincippet kræver at lysets hastighed skal være den samme i ethvert inertialsystem. Hvis en lysstråle udsendes i et system med hastigheden c , vil enhver iagttager, der bevæger sig jævnt i forhold til strålen, finde præcis samme værdi (fig.19). Dette er et højst overraskende resultat, der er i drastisk modstrid med klassiske forventninger. Lysets hastighed i vacuum er altså ikke blot den maximale signalhastighed, men også konstant i forhold til bevægende systemer. Disse to bemærkelsesværdige egenskaber ved lyset er eksperimentelt eftervist. Som vi skal se, har de store konsekvenser for forståelsen af tidsbegrebet.



Klassisk (Newton):

$$c' = c - v$$

$$c'' = c + v$$

Relativistisk (Einstein):

$$c' = c'' = c$$

Fig. 19

En lysstråle udsendes med hastigheden c i forhold til jorden. Iagttagere, der bevæger sig på jorden, vil finde samme værdi for hastigheden af lyset, uanset hvor hurtigt de bevæger sig.

Einstein baserede i 1905 sin nye relativitetsteori på nogle betragtninger over, hvad det vil sige, at to hændelser er samtidige. Den følgende analyse er i det væsentligste en gengivelse af Einsteins oprindelige argumenter.

Lad os først se på det tilsyneladende simple begreb (jævn) hastighed. Hvis et legeme eller et signal sendes retlinet fra punktet A til punktet B, tilbagelægger det vejstrækningen AB, hvor AB betegner forskellen i de to punkters koordinater, d.v.s. $x_B - x_A$. Hastigheden er pr. definition givet ved brøken AB/t_{AB} , hvor t_{AB} er den tid, rejsen varer. Det problematiske i denne simple definition er størrelsen t_{AB} . Hvorfor er det problematisk at finde en tidsforskel? Det gøres jo bare ved at aflæse et ur i A og et ur i B ved hhv. afsendelse og modtagelse af signalet; aflæses tiden ved afsendelse til t_A og ved modtagelse til t_B er t_{AB} simpelthen $t_B - t_A$. Men denne procedure forudsætter rimeligvis at urene i A og B er synkroniserede, d.v.s. er samtidige eller går ens. Hvordan kan man nu vide, at dette er tilfældet? Man kunne f.eks. synkronisere de to ure i samme punkt (hvilket er uproblematisk), f.eks. i A, og så flytte det ene ur ud til B. Men i så fald forudsætter man, at fordi de to ure gik ens i A, så vil de fortsat gå ens, når det ene transporteres. Denne forudsætning er ubegrundet og faktisk forkert. Man kunne så finde på at sende et TV billede af A uret til stedet B, så iagttageren i B kunne se hvornår uret viste et bestemt tidspunkt t_0 . Uret i B vil modtage TV signalet AB/c sekunder senere, end det afsendtes, og iagttageren i B kunne så stille sit ur på $t_0 + AB/c$ i det øjeblik han så uret på TV skærmen vise t_0 . Denne metode er imidlertid baseret på en cirkelslutning. Den er baseret på kendskab til hastigheden c , der jo selv, som enhver hastighed, kræver to synkrone ure for at kunne bestemmes.

Uanset hvilke krumspring man gør, kan man ikke definere begrebet hastighed entydigt uden at definere et samtidighedsbegreb. Dette er nødvendigt, da de tider, der aflæses på urene i A og B, ikke er fælles tider, men kun s.k. koordinattider for de pågældende punkter. Einsteins definition på samtidighed gør brug af lyssignaler ved synkroniseringen af urene: Hvis der fra A til tiden t_A (aflæst på A uret) udsendes en lysstråle mod B, hvor den modtages til tiden t_B (aflæst på B uret) for at blive reflekteret og an-

komme tilbage i A til t'_A (aflæst på A uret), så siges urene at gå samtidigt såfremt

$$t_B - t_A = t'_A - t_B . \quad (8.1)$$

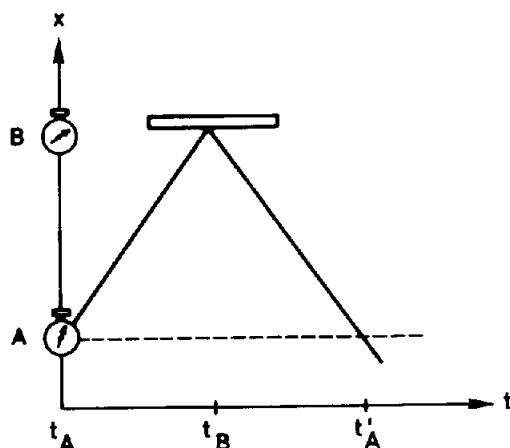


fig.20

At denne definition er rimelig, fremgår af de formelle egenskaber samtidigheden herved får. Lad os med symbolet $S(A,B)$ angive samtidighedsrelationen "A er samtidig med B". Denne relation indses at være både kommutativ og transitiv, således som man må kræve for et rimeligt begreb om samtidighed:

$$S(A,B) \Rightarrow S(B,A)$$

og

$$S(A,B) \wedge S(B,C) \Rightarrow S(A,C) .$$

Desuden gælder den trivielle relation $S(A,A)$.

Det einsteinske samtidighedsbegreb er vilkårligt i den forstand, at man godt kunne have valgt alternative forskrifter for situationen med lysstrålen og spejlet. I stedet for (8.1) kunne man have valgt

$$t_B - t_A = \delta(t'_A - t_B)$$

med $\delta \neq 1$. I så fald vil lyset ikke have samme hastighed fra A til B som fra B til A. Er δ f.eks. 2 bevæger lyset sig dobbelt så hurtigt på tilbagevejen som på udturen. Valget af netop $\delta = 1$ hænger sammen med relativitetsprincippet, der postulerer at lyset skal udbrede sig isotropt.

Man kan synes, at det er utilfredsstillende at basere et så fundamentalt begreb som samtidighed på et specielt slags signal, lyset. Faktisk er det ikke afgørende for samtidighedsdefinitionen at de signaler, der bruges til synkronisering, er lys eller andre elektromagnetiske bølger. Derimod er det afgørende at signalerne udbreder sig med en konstant maksimal hastighed, c . Naturen er nu sådan indrettet at elektromagnetiske bølger faktisk bevæger sig med denne konstante hastighed, hvorfor vi af bekvemmelighedsgrunde betegner konstanten c som "lysets hastighed". Hvis der ikke fandtes elektromagnetiske bølger i naturen, ville relativitetsteoriens formler stadig være de samme og konstanten c ville stadig have værdien $3 \cdot 10^8$ m/s. Blot ville vi ikke længere kalde den en lyshastighed.

Det mest bemærkelsesværdige ved Einsteins definition på samtidighed er at to hændelser, der er samtidige for en iagttager, ikke nødvendigvis er det for en anden iagttager. Der er tale om en relativ, ikke absolut samtidighed. Det er ikke muligt at definere samtidighed sådan at begrebet både bliver absolut og overensstemmende med det faktum at c er den højeste hastighed for noget signal. For at opretholde den klassiske fysiks begreb om absolut samtidighed måtte man synkronisere ure med signaler, der udbredte sig momentant (uendelig stor hastighed). Sådanne signaler eksisterer ikke.

Samtidighedens relativitet viser sig klart, hvis de to ure A og B bevæger sig i forhold til hinanden. Vi skal illustrere det med et klassisk eksempel (fig. 21).

En togvogn kører med hastigheden v på banelegemet, hvor en iagttager (S) befinder sig i $x=0$. I midten af toget befinder der sig en anden iagttager (S'). Urene i S og S' synkroniseres således at $t=0$ i det øjeblik togets midtpunkt er ud for $x=0$.

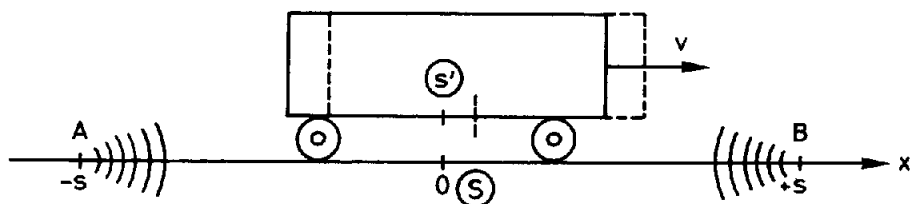


Fig. 21

I dette øjeblik udsendes lys fra to punkter på banelegemet, A og B, der befinder sig i afstanden s på begge sider af $x=0$. Lyset når naturligvis den stationære iagttager S samtidigt, nemlig s/c sekunder efter $t=0$. S' bevæger sig mod højre, mod signalet fra B og væk fra signalet fra A, og vil derfor modtage B signalet før A signalet. S' må derfor konkludere at lyset fra A og B ikke udsendes samtidigt. Hvornår modtager S' lyset fra A, målt på sit eget ur? I t_A' sekunder bevæger lyset sig ct_A' meter, d.v.s. befinder sig i $x = -s + ct_A'$; i samme tid har S' bevæget sig fra $x=0$ til $x = vt_A'$. D.v.s.:

$$vt_A' = -s + ct_A'$$

Imidlertid er $s = ct_A$ hvorfor

$$vt_A' = -ct_A + ct_A'.$$

Den tid, der aflæses på uret i vognen, bliver således

$$t_A' = \frac{t}{1-v/c},$$

hvor $t = t_A = t_B = s/c$. Tilsvarende fås

$$t_B' = \frac{t}{1+v/c}.$$

Hovedsagen er, at det ikke er muligt at fastlægge begrebet om samtidighed således, at de to hændelser er samtidige både i S og

S'. Der er ikke tale om, at den stationære iagttager S har ret og at lysglimtene fra A og B "i virkeligheden er samtidige", mens at S' er offer for en illusion p.g. af sin bevægelse. De to systemer er helt ligeberettigede. S' ville være lige så berettiget til at hævde, at den målte samtidighed var et resultat af den bevægelse S har i forhold til S'.

En videre udbygning af de argumenter, der ligger bag Einsteins analyse af samtidighedsbegrebet, fører til transformationsformler, der knytter en hændelses tidspunkt og stedkoordinater i et inertialsystem (x, y, z, t) sammen med dens koordinater i et andet inertialsystem (x', y', z', t') . Hvis S' bevæger sig jævnt med hastigheden v i x retningen i forhold til S, og hvis de to systemer er sammenfaldende til $t = t' = 0$ (som i eksemplet med togvognen), bliver sammenhængen

$$y' = y, \quad z' = z$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8.2)$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8.3)$$

Dette er de berømte Lorentz transformationer, der i relativitetsteorien erstatter de klassiske s.k. Galilei transformationer

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

I det følgende skal vi se på nogle af konsekvenserne af Lorentz transformationerne, hvoraf især (8.2) er af interesse for den fysiske forståelse af tiden.

M.h.t. (8.2) skal det nævnes, at denne formel fører til den s.k. Lorentz kontraktion, der angiver at længden af legemer varierer relativt til iagttageren. En iagttager i hvile i forhold til legemet vil finde længden L_0 , kaldet hvilelængden, mens en iagttager, der bevæger sig med hastigheden v , vil finde en mindre længde

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (8.4)$$

9. Rumtid

Vi er vant til at fremstille partiklers bevægelse grafisk i diagrammer, hvor afstanden angives opad den lodrette akse og tiden ad den vandrette akse. En partikels endimensionale bevægelse kan f.eks. se ud som vist på fig. 22. Et sådant almindeligt diagram er en form for et rum-tids diagram, idet det grafisk angiver sammenhængen mellem tiden (t) og partiklens position i rummet (x).

I relativitetsteorien vælger man normalt at vende akserne, jvf. fig.23. Det fysiske indhold af diagrammet ændres naturligvis ikke af dette valg. I fig. 22 og fig. 23 befinder partiklen sig på samme sted til to forskellige tidspunkter, t_1 og t_2 . Dette er selvfølgelig fysisk acceptabelt og kendes fra mange bevægelser, f.eks. af cyklisk art; evt. kan partiklen altid befinde sig på samme sted, i hvilket tilfælde dens tilstand angives af en lodret linie i t - x diagrammet. Derimod kan den samme partikel ikke befinde sig på to forskellige steder til det samme tidspunkt. Noget sådant strider ikke blot mod vores erfaring, men også mod indholdet af begrebet "partikel", der indebærer, at partikler er lokaliserede størrelser. Derfor kan et diagram som fig.24 ikke repræsentere en virkelig bevægelse. I et almindeligt x - t diagram er partiklens hastighed angivet ved tangentens hældning med den vandrette akse:

$$v = dx/dt = \operatorname{tg}\theta.$$

I t - x diagrammet gælder denne relation stadig, idet vinklen nu blot refererer til tangentens hældning med den lodrette akse. Hvis en partikel skulle bevæge sig som vist på fig.25, ville dens hastighed gå mod uendelig, når tiden nærmede sig t' . For $t = t'$ ville dens momentane hastighed være uendelig, svarende til at funktionen slet ikke er differentiabel, og dens videre forløb ville betegne en rejse tilbage i tiden. En sådan bevægelse kan selvsagt ikke tillægges nogen fysisk betydning.

Relativitetsteorien stiller strengere krav til rum-tids diagrammer, afledt af at relativitetsteorien ikke tillader bevægelse med

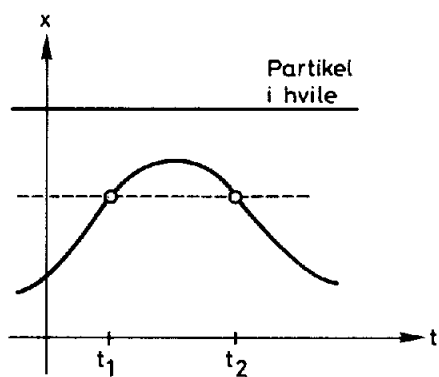


Fig. 22

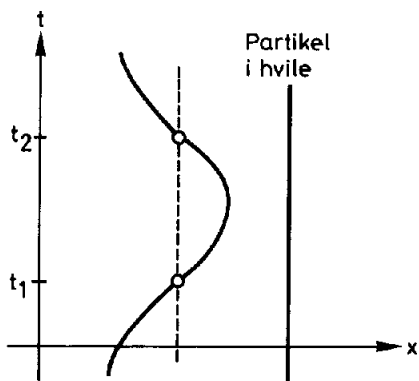


Fig. 23

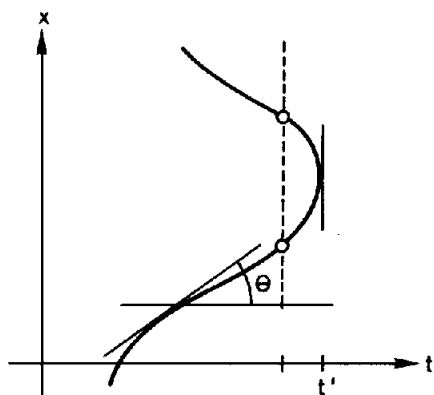


Fig. 24

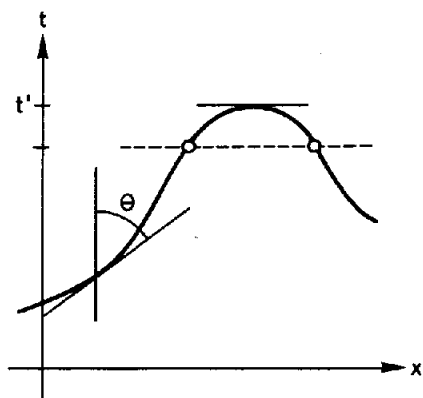


Fig. 25

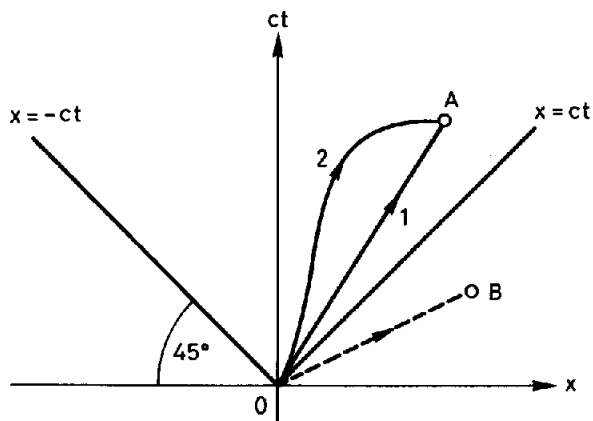


Fig. 26

overlyshastighed. Det vil sige, at for at en partikels bevægelse i t - x diagrammet skal være realistisk, må tangentens hældning mod t -aksen på intet tidspunkt overstige, eller være lig med, $c = 300.000$ km/sek. Da det er lyshastigheden, der bestemmer de fysisk mulige bevægelser, vælger man normalt at angive den lodrette tidsakse som ct i stedet for t . Aksen inddeles så ikke i sekunder, men f.eks. i lyssekunder, idet et lyssekund er længden 300.000 km. Vi bemærker, at tidsaksen nu får samme dimension som afstandsaksen, nemlig længde. Hvis vi ville inddele tidsaksen ct i meterenheder, ville en meter svare til tidsrummet ca. $3 \cdot 10^{-9}$ sek. Kravet om underlyshastighed betyder i ct - x diagrammet at vinklen θ altid må være mindre end 45° . Kun hvis der er tale om lys (eller andre masseløse partikler, f.eks. neutriner) vil vinklen blive netop 45° .

Hvis vi fra begyndelsespunktet $(ct, x) = (0, 0)$ udsender en lysbølge, vil den bevæge sig ad diagonalerne i rumtidsdiagrammet, svarende til ligningerne $x = \pm ct$. Lysets udbredelse vil danne en s.k. lyskegle i første og anden kvadrant. En partikel, der starter i begyndelsespunktet 0 kan kun bevæge sig inden for denne lyskegle. En bevægelse som OB i fig.26 ville jo betyde, at dens hastighed var større end lysets. Endvidere er ikke alle bevægelser inden for keglen tilladte. En partikel vil kunne bevæge sig fra 0 til A ad vejen 1 (fig.26), men ikke ad vejen 2 , idet hældningsvinklen på denne vej overstiger 45° i nogle områder. De linjer i rumtidsdiagrammet, der svarer til fysiske signalers bevægelse, kaldes verdenslinjer. Fotoner og andre masseløse signaler har verdenslinjer, der falder sammen med lyskeglen, mens partikler i hvile har lodrette verdenslinjer.

De rumtidsdiagrammer, vi foreløbig har set på, refererer kun til endimensionale bevægelser. I almindelighed foregår bevægelser jo i rummets tre dimensioner. Det er vanskeligt at anskueliggøre en sådan bevægelse grafisk (men se fig.27), og vi kan ikke tegne en tredimensional bevægelse i et rumtidsdiagram, da vi så skulle tegne et koordinatsystem med fire akser (x, y, z, ct) vinkelret på hinanden. Hvis vi ser bort fra den ene rumlige dimension (f.eks. z) kan vi dog anskueliggøre rumtidsdiagrammer og verdenslinjer svarende til bevægelser i det rumlige plan.

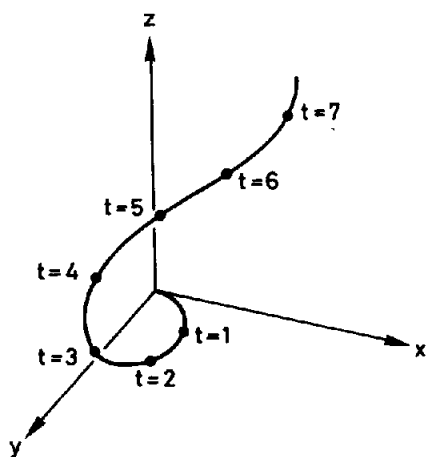


Fig. 27

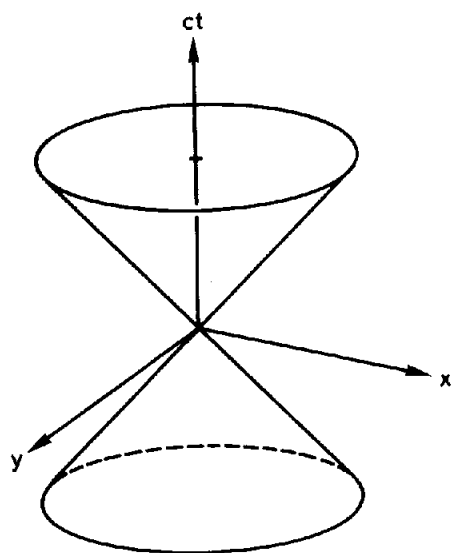


Fig. 28

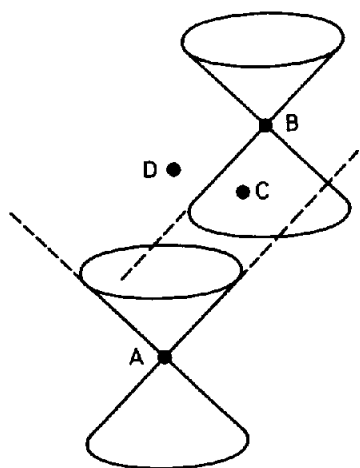


Fig. 29

Rumtidsdiagrammer kaldes også for Minkowski diagrammer efter en tysk matematiker, Rudolph Minkowski, der foreslog dem i 1908. I stedet for ordet lyskegle bruger man nogle gange ordet Minkowski kegle.

Mens lyskeglen i ct-x diagrammet opfylder ligningen $c^2t^2 = x^2$, må den i to og tre rumdimensioner opfylde hhv.

$$c^2t^2 = x^2 + y^2, \quad \text{og} \quad c^2t^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Lyskeglen er uendelig udstrakt. Dens knudepunkt ($x=y=z=t=0$) svarer til situationen "her og nu". Den nederste kegleled repræsenterer fortiden, mens den øverste del er fremtiden. Som tiden går og partiklen bevæger sig, vil lyskeglen flytte med. I fig.29 flytter en partikel sig i rumtiden fra A til B. I A var punktet (hændelsen) C fremtid, mens det i B er blevet en del af partiklens fortid. I A var punktet D fremtid, mens det i B hverken kan siges at være fremtid eller fortid, da det ligger uden for lyskeglen, og derfor ikke kan have eller have haft nogen forbindelse med B.

Et punkt i rumtiden udgøres af en hændelse, d.v.s. at noget sker i et bestemt punkt i rummet til en bestemt tid. Punkter i rumtiden er firedimensionale, idet de entydigt kan karakteriseres ved angivelse af fire tal, x , y , z og t . Lyskeglen i rumtidsdiagrammet fungerer som en kausalitetskegle, idet den angiver hvilke hændelser, der kan være kausalt forbundne. En hændelse i begyndelsespunktet kan kun være årsag til fremtidige hændelser, der ligger på eller inden for den øvre lyskegle. Tilsvarende kan hændelsen kun være virkningen af hændelser, der lå på eller inden for den nedre lyskegle. I denne forbindelse bruger vi altså lys-signaler til at definere kausalitet (jvf.kap.2). En hændelse uden for keglen kan ikke stå i kausal forbindelse med en hændelse inden for keglen, da dette ville kræve signaler med overlyshastighed.

Hvilken geometri gælder for rumtiden? I det almindelige s.k. euklidiske rum er afstanden mellem to punkter $P(x_0, y_0, z_0)$ og $Q(x, y, z)$ givet ved afstandsformlen

$$r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2,$$

der angiver længden af den rette linje, der forbinder P og Q. Den rette linje er den korteste vej mellem P og Q. Afstanden langs en vej, der ikke er ret, kan fås ved at anvende afstandsformlen på meget nærtliggende punkter ($x = x+dx$, o.s.v.).

Den differentielle afstand bliver kvadratroden af $dx^2+dy^2+dz^2$, hvorved afstanden mellem P og Q langs en vilkårlig vej kan findes ved at integrere over den pågældende vej. Grunden til at den direkte afstand r er fysisk vigtig, er at den er invariant. Efter klassisk fysik (Galilei transformationerne) vil enhver iagttager finde samme værdi for r . I relativitetsteorien (Lorentz transformationerne) vil r derimod ikke være en invariant størrelse, men afhænge af iagttagerens bevægelsestilstand. Hvad er den tilsvarende invariante afstand i den relativistiske rumtid?

Man kunne gætte på, at den invariante afstand i fire dimensioner var givet ved

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 + c^2 t^2 = r^2 + c^2 t^2 ,$$

hvor afstanden så er regnet ud fra nulpunktet ($x_0=y_0=z_0=t_0=0$). Denne størrelse er imidlertid ikke invariant m.h.t. en Lorentz transformation, hvilket ses ved direkte regning. Derimod er størrelsen

$$s^2 = r^2 - c^2 t^2 \tag{9.1}$$

Lorentz invariant og er derfor den relevante afstand i rumtiden. Den tilsvarende differentielle størrelse

$$ds^2 = dr^2 - c^2 dt^2 \tag{9.2}$$

er (kvadratet på) et interval i rumtiden. At (9.1) eller (9.2) faktisk har konstant værdi ses direkte ved at indsætte de tilsvarende Lorentz transformerede størrelser. Vi bemærker ud fra (9.2) at ds^2 altid er negativ for almindelige partikler og er nul for fotoner. Derfor bruger man ofte den modsatte størrelse $c^2 dt^2 - dr^2$ (der selvfølgelig også er invariant), som mål for rumtidsintervallet. Dividerer vi denne størrelse med c^2 får vi en invariant tidsstørrelse, der ligeledes angiver et interval i rumtiden:

$$d\tau^2 = dt^2 - c^{-2}dr^2 \quad (9.3)$$

Tidsstørrelsen τ kaldes egentiden (se videre i kap.10).

Lad os nu forestille os en hændelse i punktet $(t,x) = (0,0)$ f.eks. udsendelsen af en lysbølge. Af nemhedsgrunde ser vi bort fra y og z koordinaterne. I det system S , hvori lyset udsendes, vil det i en afstand af k meter modtages til tiden $t_m = k/c$. Vi lader afsendelse og modtagelse ske på samme sted i S ($x=0$), idet lyset kastes tilbage via et spejl. Modtagelsen i S ligger derfor i punktet $(k,0)$ i rumtidsdiagrammet (fig.30). Vi har så at

$$c^2 t_m^2 - x_m^2 = k^2, \quad (9.4)$$

da $x_m = x_u = 0$ (index m for modtagelse, index u for udsendelse). Målt i et andet system S' , der bevæger sig i forhold til S (og som sædvanlig er sammenfaldende med S til $t=0$), vil igen

$$c^2 (t_m')^2 - (x_m')^2 = k^2$$

da denne størrelse jo er invariant. Heraf fås

$$t_m' = \sqrt{t_m^2 + c^{-2}(x_m')^2} > t_m$$

Modtagelsen af lyset måles altså til en senere tid på ure i S' . Det understreges, at t_m og t_m' er tidspunkter for den samme hændelse. Vi kan fortolke resultatet geometrisk, idet (9.4) fremstiller en hyperbel. Vi kan skrive (9.4), som $(ct)^2/k^2 - x^2/k^2 = 1$, hvilket er ligningen for en hyperbel i vores ct - x koordinatsystem. Med andre ord: Rumtidspunkter for samme hændelse, målt i forskellige inertialsystemer, ligger alle på en hyperbel i rumtiden. Hyperblens asymptoter er givet ved $x = \pm ct$, som netop er lyskeglen.

Vi skal nu illustrere det relativistiske samtidighedsbegreb ved hjælp af rumtidsdiagrammer. Vi forestiller os igen standardsituationen med to relativt bevægede systemer, $S = (x,t)$ og $S' = (x',t')$; S kan f.eks. være jorden, mens S' er et tog, der kører med farten v . Vi ønsker grafisk at vise, hvorledes samtidige hændelser tager sig ud i S og S' .

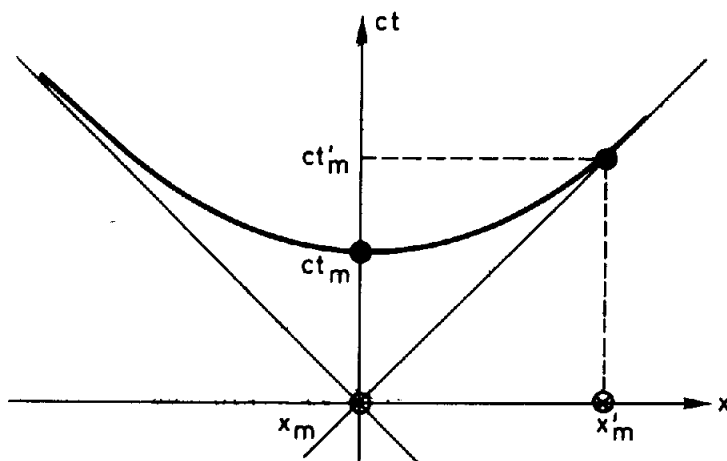


Fig. 30

I S er samtidighedslinjen blot givet ved den vandrette linje $t = \text{konstant}$; alle hændelser, der ligger på denne linje, er samtidige i S . Stationære hændelser i S har lodrette verdenslinjer. Da S' bevæger sig med hastigheden v i forhold til S , vil disse verdenslinjer i S' være linjer, der danner vinklen θ med ct akse, hvor $\text{tg}\theta = v/c$. Verdenslinjerne for forskellige punkter af S vil danne en skare af parallelle linjer med $x' = \text{konstant}$. For at konstruere x' -aksen, svarende til $t' = 0$, må vi se på hændelser, der er samtidige i S' , d.v.s. for hvilke $t' = \text{konstant}$. I kap.8 så vi at to stationære hændelser A og B er samtidige i S' (d.v.s. $t'_A = t'_B$), hvis et lyssignal, der udsendes fra midten M ved refleksion fra A og B , når M til samme tidspunkt (jvf. fig.31). Noget efter at M har passeret begyndelsespunktet i S , befinder M sig i rumtidspunktet M_1 og udsender herfra et lyssignal. Lyset når den venstre side af S' (spejlet A) i A_1 og højre side (spejlet B) i B_1 . I S' vil A_1 og B_1 per definition være samtidige, da det reflekterede lys skærer M s verdenslinje i samme punkt. Linjen A_1B_1 er således en linje med $t' = \text{konstant}$, d.v.s. en samtidighedslinje i S' . Ud fra konstruktionens geometri indses endvidere, at den vinkel som linjen $t' = \text{konstant}$ danner med x -aksen er den samme som den vinkel, som $x' = \text{konstant}$ danner med ct -aksen, d.v.s. θ . Selve x' -aksen må gå gennem $x=0$, da vi havde forudsat

I den retvinklede $\Delta A_1 M_1 B_1$ er $A_1 M_2 = M_2 B_1$ og $M_1 M_2$ halverer derfor hypotenusen $A_1 B_1$. M_2 er centrum i en cirkel, der omskriver $\Delta A_1 M_1 B_1$. Derfor er $M_2 M_1 = M_2 B_1$, d.v.s. $\Delta M_1 M_2 B_1$ er ligebenet, hvorfor $\angle M_1 B_1 M_2 = \angle M_1 B_1 M_2$. Da $\angle M_2 M_1 B_1 = 45^\circ - \theta$ og $\angle M_1 B_1 M_2 = 45^\circ - \alpha$, er $\alpha = \theta$. Q.E.D.

Det ses umiddelbart, at hvis A og B er samtidige i S, så er de ikke samtidige i S'. I S' findes der hændelser, der er samtidige med A, men alle disse hændelser ligger på en linje gennem A med hældningsvinklen θ med x-aksen.

Vi kan endelig kalibrere de to sæt af akser, d.v.s. forsyne dem med målemærker. Vi kan lade $ct=1$ være enheden op ad ct-aksen. I så fald er $c^2t^2=1$ i målepunktet $(x,ct) = (0,1)$; det svarer til at lys, der udsendes fra $(0,0)$ i S modtages til tiden $t = 1/c$ i S. Punktet $(0,1)$ ligger derfor på hyperblen $c^2t^2 - x^2 = 1$, hvorpå samme hændelse, målt i S', også skal ligge. Vi ser således (fig.34), at der bliver større afstand mellem skalapunkterne i S' end i S. Dette gælder både for tidsaksen og for afstandsaksen. Hvis en proces starter med en hændelse på hyperblen I og slutter med en hændelse på hyperblen II, vil processens varighed i rumtid være mindst i processens hvilesystem S. I et system, der bevæger sig med (næsten) lyshastighed, vil processens varighed være (næsten) uendelig lang.

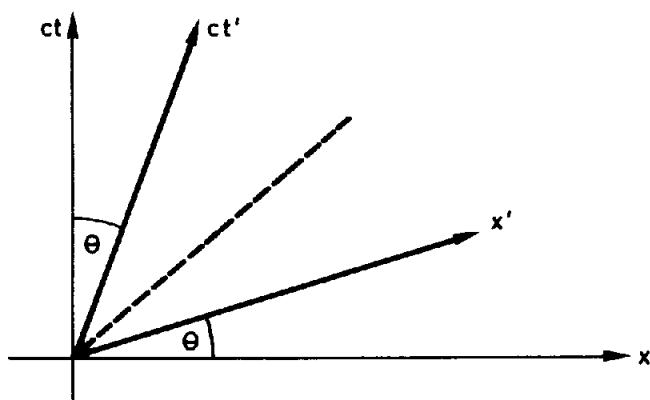


Fig. 33

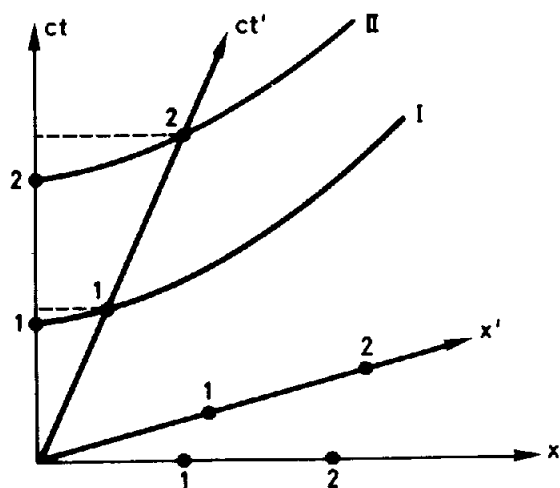


Fig. 34.

Rumtiden er det fundamentale "medium", hvori alting eksisterer. Mens rum og tid hver for sig er forskellige for forskellige iagttagere, er rumtiden den samme for enhver iagttager. Selv om rum og tid i relativitetsteorien hører nøje sammen, må det ikke misforstås derhen, at rummet har fire dimensioner. Tid og rum er forskellige dele af den firedimensionale rumtid. Tidens særstilling i forhold til rummet fremgår formelt af, at tiden indgår med et negativt fortegn i formlen for afstande i rumtiden, (9.2). Ganske vist kan rumtidsintervallet skrives på den symmetriske måde

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 = \sum_{i=1}^4 dx_i^2.$$

Dette kan gøres ved at indføre $dt = idx_4$, hvor $i = \sqrt{-1}$ er den imaginære enhed, og ved at vælge et enhedssystem hvor $c=1$. Selv om denne symmetriske form ofte er matematisk bekvem, skjuler den det fysiske faktum, at der er forskel på de tre rumkoordinater, x_1 , x_2 og x_3 , og tidskoordinaten x_4 .

10. Tidens relativitet

Iflg. relativitetsteorien afhænger tidsforløbs varighed af iagttagers bevægelsestilstand. Hvis en hændelse foregår til tidspunktet t , målt i inertialsystemet S , vil samme hændelse i systemet S' , der bevæger sig jævnt med hastigheden v i forhold til S , registreres til at foregå til t' . Iflg. Lorentztransformationen (8.3) er sammenhængen mellem de to tidspunkter

$$t' = \gamma(t - vx/c^2) , \quad (10.1)$$

hvor x er hændelsens stedkoordinat i S . Vi har her indført forkortelsen

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} ,$$

der ofte indgår i de relativistiske formler. I fig. 35 er det grafiske forløb vist for $\gamma = \gamma(v)$. Som det fremgår, skal man op på meget store hastigheder før forskellen mellem t og t' bliver mærkbar.

Vi kan selvfølgelig også udtrykke t ved t' . Da S' i forhold til S bevæger sig med hastigheden $-v$, bliver

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2). \quad (10.2)$$

Hvis vi interesserer os for tidsrum, i modsætning til tidspunkter, kan vi betragte det s.k. egentidsinterval. Dette interval $d\tau$, blev i kap.9 indført som den invariante størrelse givet ved (9.3). Egentiden er tiden målt i et inertialsystem, der følger med hændelsen ($d\tau = dt$ for $dr=0$).

Egentidsintervallet kan udtrykkes ved

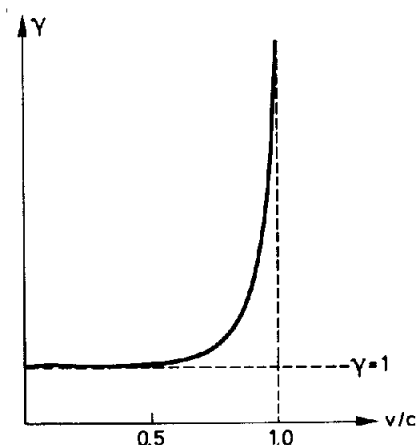


fig. 35

$$d\tau = \sqrt{dt^2 - c^{-2}dx^2} = dt \sqrt{1 - c^{-2}(dx/dt)^2} .$$

Her er $dx/dt = v$ hastigheden af et inertialsystem, der bevæger sig i forhold til hvilesystemet. Altså er

$$d\tau = dt \sqrt{1 - v^2/c^2} . \quad (10.3)$$

Hvis hændelsen starter til egentiden τ_1 og slutter til τ_2 er tidsrummet

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \int \sqrt{1 - v^2/c^2} dt = (t_2 - t_1) \sqrt{1 - v^2/c^2} .$$

I almindelighed gælder sammenhængen

$$\Delta\tau = \sqrt{1 - v^2/c^2} \Delta t . \quad (10.4)$$

Denne formel udtrykker at ure i bevægelse går langsommere end ure i hvile. Varigheden af en proces er længere, jo hurtigere det system, hvori processen foregår, bevæger sig i forhold til iagttageren og dennes ur.

Vi kan nemt udlede (10.4) direkte af Lorentz transformationerne. Lad hændelsen være i hvile i S' i punktet x' , d.v.s. bevæge sig i forhold til S . Iflg. (10.2) bliver så

$$t_2 - t_1 = \gamma(\tau_2 + vx'/c^2) - \gamma(\tau_1 + vx'/c^2) = \gamma(\tau_2 - \tau_1) ,$$

der svarer til (10.4).

Formel (10.4) udtrykker en tidsforlængelse eller, som det nogle gange kaldes, en tidsdilation. Tidsforlængelsen er et reelt fænomen, der ofte er blevet bekræftet gennem eksperimenter. Nøjagtige atomure, der er blevet fløjet rundt om jorden, viser således mindre tid end de ure, der er placeret fast på jorden (jvf. kap.12).

Når tidsrum varierer efter (10.4) betyder det øjensynligt at angivelser af varigheder for bestemte processer kun er entydige såfremt laboratoriesystemets hastighed v også er angivet. Af denne grund angiver man normalt varigheder ved deres egenvarigheder, d.v.s. varigheden målt i hvilesystemet for processen (τ tid). Når

vi f.eks. i en tabel over elementarpartikler finder myonens middellevetid opgivet til $2,2 \cdot 10^{-6}$ sekund, betyder dette middellevetiden målt med ure, der bevæger sig med myonerne. I praksis måler man myonens levetid med ure anbragt på jorden, i forhold til hvilke myoner fra f.eks. den kosmiske stråling bevæger sig meget hurtigt. Den tid, myonen kan leve i, er set fra jorden meget længere end set fra myonens eget system. Med $v = 0,98 c$ bliver faktoren således 5, svarende til en levetid i laboratorietid på omkring $1,1 \cdot 10^{-5}$ sekund. Formel (10.4) blev første gang direkte eksperimentelt bekræftet ved målinger af levetiden for myoner i den kosmiske stråling (i 1941).

Vi skal nu illustrere tidsforlængelsen ved hjælp af den i forrige kapitel indførte teknik med rumtidsdiagrammer.

I systemerne S og S' befinder sig to ure, U og U'. Urene er synkroniserede til $t=t'=0$, til hvilket tidspunkt de begge befinder sig i $x=x'=0$. Når uret U viser t^* , hvad vil U' så vise? For iagttageren i S vil spørgsmålet betyde: Hvad er t' samtidig med at $t=t^*$? Svaret herpå kan konstrueres ved at finde skæringspunktet A mellem ct' -aksen og samtidighedslinjen $t=t^*$ (fig.36). Iagttageren i S må konkludere at måletallet for A, målt i S' enheder, er lig visningen af U'.

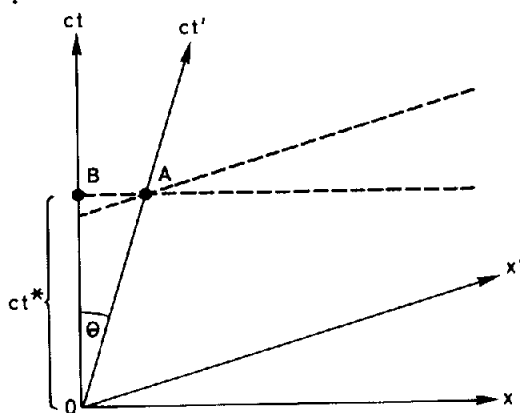


fig. 36

Af rumtidsdiagrammet (trekant OAB) fås

$$\cos \theta = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}}$$

Da $\text{tg } \theta = v/c$ er

$$OA = t^* \sqrt{1 + v^2/c^2} ,$$

som angiver længden af OA målt i samme enheder som OB, d.v.s. i S sekunder. Imidlertid er et S' sekund større end et S sekund (jvf. fig.36). Lad os betegne skalafaktoren med $F(v)$ således at

$$\text{et S' sekund} = F(v) \cdot (\text{et S sekund}).$$

For at finde måletallet for A på ct'-aksen, må vi derfor finde $F(v)$.

Lad OP betegne et S' sekund og lad den vinkelrette projektion af OP ind på ct-aksen være OA. Så må der for punktet P gælde

$$OA^2 - AP^2 = 1 \quad \text{og} \quad OP^2 = AP^2 + OA^2 .$$

Den første af disse ligninger udtrykker at P ligger på hyperblen $c^2(t')^2 - (x')^2 = 1$, mens den anden ligning er den pythagoræiske læresætning anvendt på trekant OAP. Desuden gælder at

$$\text{tg } \theta = AP/OA = v/c .$$

Af de tre ligninger fås

$$OP^2 = \frac{1 + v^2/c^2}{1 - v^2/c^2} .$$

Da OP er en S' enhed, der her er udtrykt i S enheder, bliver skalafaktoren

$$F(v) = \sqrt{\frac{1 + v^2/c^2}{1 - v^2/c^2}}$$

Vi kan nu udtrykke stykket OA i fig.36 i S' enheder:

$$(OA)' = \frac{t^*}{F(v)} \sqrt{1 + v^2/c^2} = t^* \sqrt{1 - v^2/c^2} = t^* / \gamma .$$

Iagttageren i S vil altså konkludere, at U' viser tiden t^* / γ , når U viser t^* . Dette resultat er overensstemmende med formelen for

tidsforlængelse (10.4). Iagttageren i S' vil også konkludere, at U viser t^*/γ , når hans eget ur viser t^* . Dette kan vises ud fra en tilsvarende argumentation ved hjælp af samtidighedslinjen $t'=t^*$. Begge iagttagere vil konkludere, at den andens ur går for langsomt. Set ud fra relativitetsteorien er det naturligt at de to iagttagere hævder det samme. Tidsforlængelsen har denne symmetri indbygget i sig, idet den kun afhænger af v^2 ; vi kunne lige så godt beskrive forholdet mellem S og S' ved at sige, at S bevæger sig med hastigheden $-v$ i forhold til S' .

I kap.9 så vi at afstande i rumtiden, d.v.s. længden af verdenslinjer, kan udtrykkes ved egentiden τ . Hvis en proces starter i rumtidspunktet A og slutter i B , således at verdenslinjen mellem A og B er en bestemt kurve C i rumtiden, kan det samlede egentidsrum udtrykkes

$$\tau_{AB} = \int_C d\tau = \int_C \sqrt{dt^2 - c^{-2}dx^2}.$$

Langs verdenslinjen C (fig.37) har τ samme værdi for ethvert henførelsessystem. Derimod afhænger τ_{AB} af den verdenslinje, der forbinder A og B . Man kunne tro at den korteste afstand mellem A og B udgjordes af den lige verdenslinje K , svarende til at den korteste afstand mellem to punkter i Euklidisk geometri er den rette linje. Men i rumtidsgeometrien er K tværtimod den længste af samtlige verdenslinjer fra A til B . Vi har at

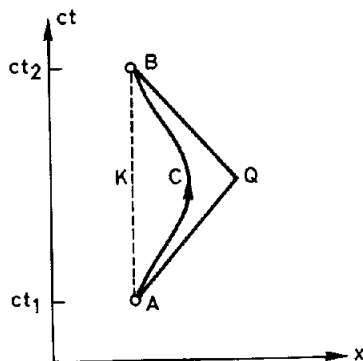


fig. 37

$$\int_C d\tau = \int_C \sqrt{dt^2 - c^{-2}dx^2} < \int_K d\tau = t_2 - t_1$$

Hvis vi ønsker at finde den verdenslinje for hvilken egentiden $\int d\tau$ er mindst, må $c^{-2}dx^2$ være størst mulig i forhold til dt^2 . Dette er tilfældet hvis $dx/dt = c$, svarende til en foton's bevægelse. Med $v=c$ bliver $d\tau = 0$. For en foton, der bevæger sig ad

verdenslinjen AQB bliver således $\int d\tau = 0$. Set fra fotonen vil den ankomme til B samtidig med at den forlader A! I denne forstand kan man sige at for en iagttager, der bevæger sig med en lysbølge, vil tiden stå stille (men naturligvis er forudsætningen ikke holdbar, da lyset ikke har noget hvilesystem).

Vi har set at to hændelser, der er samtidige for en iagttager, ikke behøver at være det for en anden. Vi skal nu se, at denne relativitet kan skærpes, idet at hvis H_1 er før H_2 for en iagttager, vil H_2 i visse tilfælde være før H_1 for en anden iagttager. Vi betragter to hændelser, H_1 og H_2 , der sker forskellige steder i rummet og tidsfæstes ud fra to inertialsystemer S og S' . S' bevæger sig i forhold til S og de to systemer er sammenfaldende i det øjeblik H_1 indtræder. Vi lader for simpelhedsskyld H_1 foregå i $x_1 = x_1' = 0$ til det synkroniserede tidspunkt $t_1 = t_1' = 0$. Målt ud fra S foregår H_2 i x_2 til tiden t_2 . H_2 er altså senere end H_1 i systemet S .

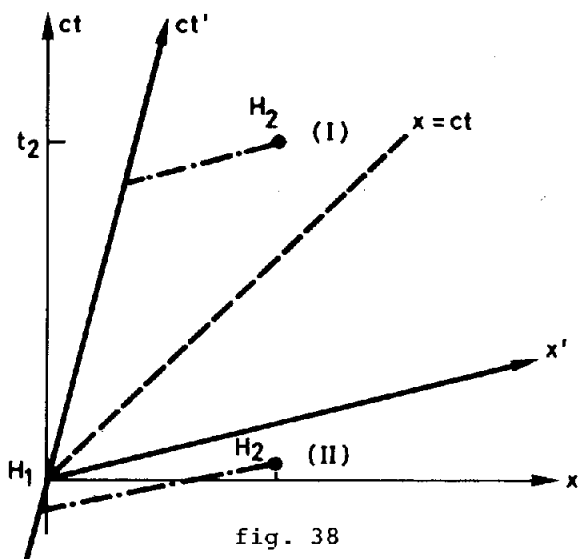


fig. 38

Vi kan afgøre H_2 's tidslige placering i S' ved at tegne samtidighedslinjen $t' = \text{konstant}$ gennem H_2 . Det fremgår af figuren, at hvis H_2 befinder sig som angivet ved (I), vil t_2' være positiv, således at H_2 også i S' er senere end H_1 . Hvis imidlertid H_2 ligger på x' -aksen, vil H_1 og H_2 være samtidige; og hvis H_2 ligger under x' -aksen, som ved (II), vil iagttageren i S' observere, at H_2 sker tidligere end H_1 . Dette synes at være et ejendommeligt re-

sultat, da vi har svært ved at forestille os en verden, hvor "før" og "efter" afhænger af iagttagerens bevægelser. Lad os derfor undersøge resultatet lidt nøjere.

De to hændelser H_1 og H_2 kan f.eks. være

H_2 = "vasen gik itu", og

H_1 = "drengen slog på vasen med en hammer".

Lad os gøre den rimelige antagelse at H_1 er årsagen til H_2 . I så fald vil vi kræve at H_1 også er før H_2 , jvf. kap.2. Såfremt H_1 er årsag til virkningen H_2 , kan vi vanskeligt forestille os en situation, hvor H_2 kommer før H_1 . Før/efter relationen synes at være absolut i tilfælde af, at de to hændelser er kausalt forbundne. Betragter vi derimod en tredje hændelse, f.eks.

H_3 = "uret viste 9:37" ,

kan vi uden videre bytte om på tidsrækkefølgen af H_1 og H_3 . "Vasen gik itu, og derefter viste uret 9:37" er hverken mere eller mindre rimelig end "uret viste 9:37, og derefter gik vasen itu". Begge påstande kan endda være rigtige, svarende til, at de registreres af ure i forskellige inertialsystemer. Forskellen mellem hændelsesparret (H_1, H_2) og parret (H_1, H_3) er, at kun det første par hændelser er kausalt forbundne.

Vi må derfor overbevise os om, at situationen (II) i fig. 38 svarer til, at H_2 ikke kan være forårsaget af H_1 . Det er fra figuren umiddelbart klart, at $x > ct$ er en betingelse for, at vi kan være i situationen (II); dette gælder uanset hvor stor hastigheden af S' er, d.v.s. hvor meget S' -akserne klapper sammen om $x = ct$. Det vil sige, at kun hvis de to hændelser er fjernet så langt fra hinanden, at en lysstråle udsendt fra H_1 ikke kan nå stedet for H_2 inden H_2 indtræder, kan "før" blive til "efter". Hvis dette er tilfældet, kan der ikke være nogen kausal forbindelse mellem H_1 og H_2 . Vi har således indset, at relativitetsteorien tillader omvendning af tidsfølger, men kun for hændelser, der ikke er kausalt forbundne.

11. Urparadokset

I relativitetsteoriens historie og i diskussionen af det fysiske tidsbegreb har det s.k. urparadoks spillet en stor rolle. Einstein gjorde allerede i 1905 opmærksom på, at hvis et ur U_2 bevægede sig i forhold til et andet ur U_1 , således at U_1 kom tilbage til U_2 efter rejsen, vil analysen af urenes visninger give ejendommelige resultater.

Lad de to ure befinde sig i forskellige raketter, S_1 og S_2 , der fungerer som henførelsessystemer. Raketterne befinder sig begge i punktet A, hvor deres ure synkroniseres til $t_1 = t_2 = 0$. S_2 bevæger sig nu retlinet med hastigheden v fra A til B. I B vender raketteren og flyver tilbage til A, hvor S_1 stadig befinder sig, med samme hastighed. Problemet er nu hvad de to ure vil vise, når de atter mødes.

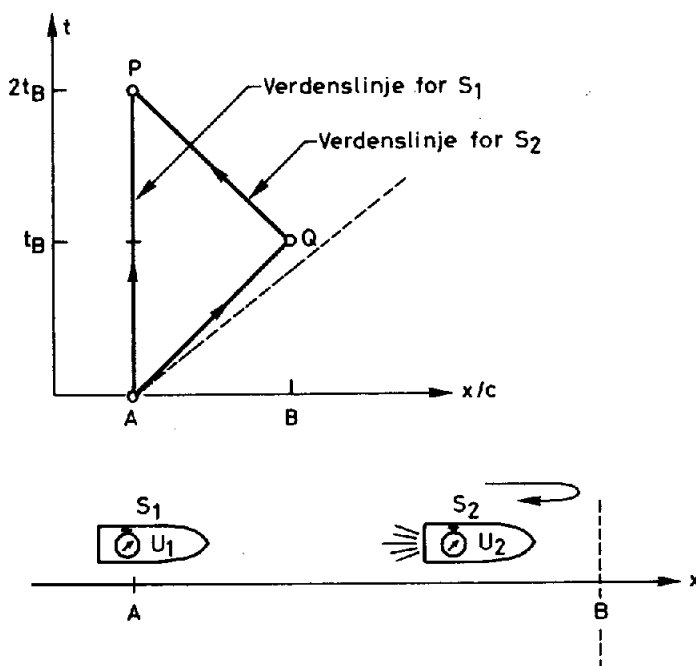


fig. 39

S_2 når vendepunktet B til tiden $t_1=t_B$ afløst på U_1 . Raketten vender tilbage til $t_1 = 2t_B$. U_2 , der er i bevægelse, vil gå langsommere iflg. den relativistiske tidsforlængelse. Ved tilbagekomsten til A vil U_2 vise

$$t_2 = 2t_B \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

der svarer til længden af verdenslinjen AQP. I figurerne er som eksempel brugt $v = 0,8c$ og $t_B = 5$ år. Så viser U_1 at der er gået 10 år, mens U_2 kun viser 6 år. Passagererne i S_2 vil have vundet 4 år i forhold til S_1 .

Denne tidseffekt må gælde for ethvert ur, også for de biokemiske processer, der styrer levende organismers liv og alder. Man kan f.eks. lade to 20-årige tvillinger bemane raketterne og sige farvel til hinanden i 1986. Når de igen mødes i 1996 vil den tilbageblevne tvilling (S_1) være 30 år, mens hans tvillingebroder kun vil være 26 år. Gøres hastigheden i eksemplet større, bliver forskellen mere udtalt. En lidt anden version kan som aktører have en far og hans datter, f.eks. på 30 og 2 år. Når faderen efter en tur i rummet vender tilbage som f.eks. 32-årig, vil han ikke møde sin 4-årige datter, men måske sin 70-årige datter! Ifølge relativitetsteorien kan et barn godt være ældre end sine forældre!

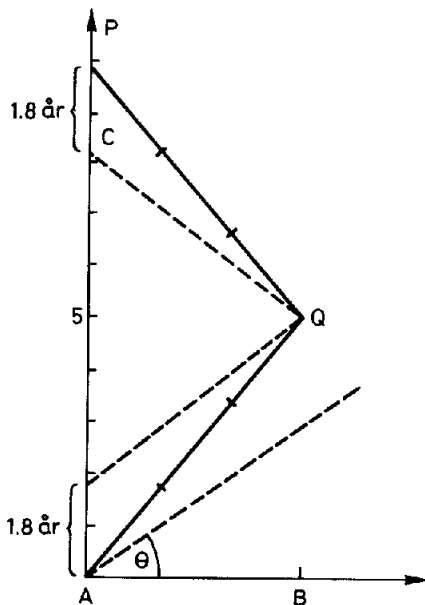
Hvordan ser situationen ud fra S_2 ? Set herfra vil S_1 bevæge sig stykket AB med hastigheden $-v$ og dernæst samme stykke med hastigheden v . U_1 vil derfor gå langsommere end U_2 , sådan som også nævnt i kap. 10. Men det kan umuligt være rigtigt at U_1 , når det igen mødes med U_2 , både viser en større tid end U_2 og en mindre tid end U_2 . Faderen kan ikke både være blevet yngre end sin datter og (endnu) ældre! Der må altså være en fejl i argumentet, der bygger på en symmetri mellem S_1 og S_2 som to helt ligeberettigede systemer.

Idet vi refererer til taleksemplet, afslører rumtidsdiagrammet fig.40, hvorfor U_1 ikke viser $6\sqrt{1 - (0,8)^2} = 3,6$ år, når U_2 dog viser $10\sqrt{1 - (0,8)^2} = 6$ år. Lige før vendepunktet vil S_2 konkludere, at der er gået 1,8 år i S_1 , idet det er den S_1 tid, der er samtidig med $t_2 = 3$ år. Lige efter vendepunktet vil S_2 tilsvarende konkludere, at der er 1,8 år tilbage af rejsen i S_1 tid. På

denne måde "overser" S_2 et tidsrum på 6,4 år.

Fig. 40

Linjen QC er en samtidighedslinje for en iagttager, der bevæger sig til venstre i forhold til den stationære iagttager.



Dette oversete tidsrum er knyttet til vendepunktet med dets pludselige hastighedsændring. Problemet kan siges at ligge i den antagne symmetri mellem S_1 og S_2 . Faktisk er S_2 ikke noget inertialsystem p.g. af accelerationen omkring B, hvorimod S_1 hele tiden er et inertialsystem. Vi må derfor regne med, at det er resultatet betragtet ud fra S_1 , der er det gyldige. Vi kan inden for den specielle relativitetsteoris rammer vise at dette er det korrekte resultat, også hvis situationen betragtes ud fra S_2 :

De to iagttagere aftaler at kommunikere periodisk med hinanden for på denne måde at holde regnskab med tiderne. Lad S_1 og S_2 aftale at sende et lyssignal til hinanden, hver gang deres respektive ure viser, at der er gået et år.

På udturen fra A til B vil S_2 opleve at modtage mindre end et signal pr. år (jvf. fig. 41). Vi kan regne ud hvor mange signaler pr. år S_2 modtager for hver gang S_1 afsender et signal; eller, an-

derledes udtrykt, hvor lang tid U_2 registrerer, før det første signal modtages.

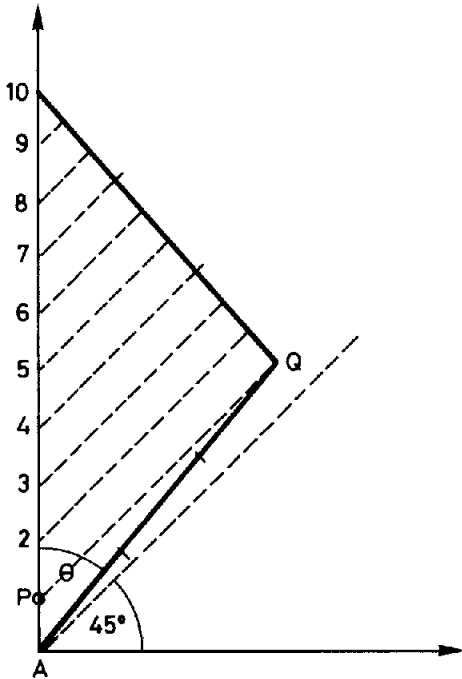


fig. 41

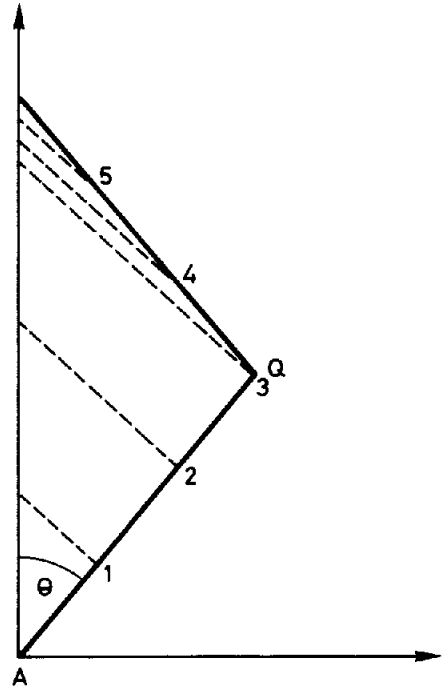


fig. 42

Af trekant AQP fås ved hjælp af sinusrelationerne

$$AQ = \frac{\sin 135^\circ}{\sin(45^\circ - \theta)} = \frac{1}{\cos \theta - \sin \theta} = \frac{\sqrt{1 + v^2/c^2}}{1 - v/c},$$

hvor de trigonometriske funktioner er omsat til hastigheder via $\tan \theta = v/c$. Da et år målt med U_2 er længere end et år målt med U_1 , nemlig skalafaktoren $F(v)$ gange så langt, bliver AQ udtrykt i U_2 tid lig med $AQ/F(v)$. Vi så i kap. 10 at

$$F(v) = \sqrt{(1 + v^2/c^2)/(1 - v^2/c^2)}.$$

Det vil sige, at når S_2 modtager det første lyssignal registrerer U_2 tiden

$$\frac{AQ}{F(v)} = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}.$$

Når S_2 nærmer sig S_1 vil frekvensen af modtagne lyssignaler derimod øges i forhold til den afsendte frekvens således at når S_2 modtager sit første lyssignal efter vendingen, vil U_2 registrere at der kun er gået $\sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)}$ år. Dette kan vises geometrisk på tilsvarende vis, jvf. fig.36. I eksemplet vil S_2 således modtage et signal på udturen og 9 signaler på hjemturen. S_2 vil altså vide at der er gået 10 år i S_1 , mens hans eget ur kun viser 6 år.

S_1 vil registrere at mens han selv udsender et signal hvert år, vil han kun modtage et signal fra S_2 hvert tredje år under dennes udtur (fig. 42). Når U_1 viser 9 år, vil S_1 kun have modtaget tre signaler. I det sidste år vil der til gengæld modtages tre signaler. S_1 vil altså vide, at der i S_2 er gået 6 år i en periode af 10 år målt på U_1 . Der er således tale om at S_1 og S_2 vil være enige om at U_2 går langsomt. S_1 og S_2 er ikke ligeberettigede.

De relativistiske tidsændringer, der er nævnt her, er reelle fysiske effekter, der er eksperimentelt bekræftede. Astronauter vil faktisk blive yngre i forhold til jordboere. Dog er der i praksis tale om meget små effekter, der ikke giver anledning til nogen mærkbar "foryngelse". Således har man regnet ud, at de astronauter, der besøgte månen, ved deres hjemkomst til jorden blot blev ca. $5 \cdot 10^{-9}$ sekund "yngre". Rumrejser med meget stor hastighed vil kun virke som foryngelseskure i en vis, relativ forstand. De rumrejsende vil ældes langsommere i den forstand, at de ved tilbagekomsten til jorden er yngre end de fastboende jordboere. Derimod kan de ikke snyde "tidens tand", d.v.s. de kan ikke forlænge livet. Den rejsende vil ikke fornemme at tiden går langsommere; han vil ikke have mere tid til sin rådighed eller kunne foretage sig mere i sit liv. Naturligvis vil den rejsende heller ikke kunne blive yngre i absolut forstand.

12. Gravitation og tid

Den generelle relativitetsteori er især en teori for gravitationsfelter. Som navnet antyder, er denne teori en udvidelse af den specielle relativitetsteori, der ikke selv kan anvendes på fysiske problemer, hvor gravitationen er af betydning. Den generelle relativitetsteori er baseret på Einsteins s.k. ækvivalensprincip iflg. hvilket gravitationen lokalt (d.v.s. i små områder af rummet) kan erstattes af en passende acceleration. Ethvert fysisk fænomen, der observeres i et system, der er konstant accelereret, vil beskrives på samme måde i et system, der befinder sig i et homogent tyngdefelt med modsat rettet tyngdeacceleration. De to systemer er fysisk ækvivalente, da iagttagere vil finde de samme naturlove og altså ikke kunne afgøre om de befinder sig i et gravitationsfelt eller frit i et accelereret system. I den generelle relativitetsteori optræder den newtonske gravitationskraft ikke, men opfattes i stedet som en række lokale accelerationer.

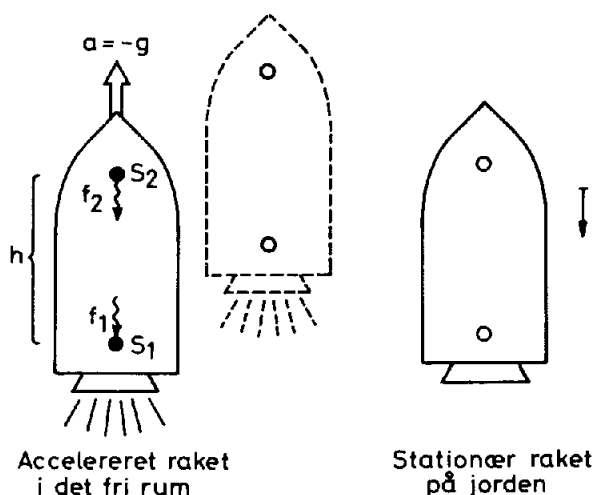


fig.43

En person i en raket, der bevæger sig frit i rummet med den konstante acceleration $a = -g$ ($g = \text{ca. } 10 \text{ m/s}^2$) vil iflg. ækvivalensprincippet i enhver henseende måle samme fysiske sammenhænge (naturlove, værdier af naturkonstanter o.l.), som hvis han befinder sig ved jordens overflade. Lad os nu forestille os en raket, der bevæger sig ude i rummet med den konstante acceleration g bort fra jorden. I raketten er der en lysgiver S_2 og en modtager S_1 (f.eks. et øje) adskilt af afstanden h . Fra S_2 udsendes lys med frekvensen f_2 målt i forhold til et ur, der er anbragt i S_2 . Det lys, der modtages i S_1 , vil være udsendt tidligere fra S_2 , lad os sige t sekunder tidligere end det registreres. I løbet af disse t sekunder vil rumskibet med indhold bevæge sig opad (fig.43). Hvis raketten acceleration ikke er ekstrem stor (hvad den ikke er, hvis g er ca. 10 m/s^2) må gælde at $t = h/c$. Hvis accelerationen er stor, må vi tage hensyn til at raketten bevæger sig mod lyset, før dette modtages. Hvis vi antager at begyndelseshastigheden er nul, bevæger raketten sig i t sekunder afstanden $1/2 gt^2$. Den afstand lyset tilbagelægger fra S_2 til S_1 er derfor mindre end h , nemlig givet ved

$$ct = h - 1/2 gt^2.$$

Løsningen til denne ligning er

$$t = \frac{1}{2g}(-2c + 2c \sqrt{1 + 2gh/c^2}).$$

Denne tid adskiller sig kun fra h/c hvis g er meget stor. Normalt er $2gh/c^2$ en meget lille størrelse og i så fald kan udtrykket

$$\sqrt{1 + \epsilon} = 1 + \epsilon/2 \quad (12.1)$$

(gyldigt for $\epsilon \ll 1$) benyttes til at indse at $t = h/c$ med meget god tilnærmelse.

Accelerationen bibringer S_1 en hastighed imod det indkommende lys på $v = gt = gh/c$. Det modtagne lys vil derfor være udsat for en Doppler effekt, således at S_1 ikke observerer lyset med frekvensen f_2 , men med en større frekvens. For små hastigheder er ud-

trykket for Doppler effekten

$$f_1 = f_2(1 + v/c).$$

Der vil derfor være en relativ frekvensændring på

$$\frac{\Delta f}{f_2} = \frac{f_2 - f_1}{f_2} = -gh/c^2 \quad (12.2)$$

Nu træder ækvivalensprincippet ind i argumentet: Resultatet (12.2) må også gælde, hvis raketten befinder sig i hvile i et tyngdefelt fra f.eks. jorden. Her vil gh netop være forskellen i potentiel energi pr. masse mellem S_2 og S_1 , d.v.s. forskellen i gravitationspotentiale mellem S_2 og S_1 :

$$\Delta\Phi = \Phi(S_2) - \Phi(S_1) = gh$$

Hvis vi lader nulpunktet for den potentielle energi være ved S_1 , får vi

$$f_1 = f_2(1 + \Phi/c^2). \quad (12.3)$$

Hvis vi betragter en kugleformet masse (planet, stjerne), har vi med det sædvanlige valg af nulpunkt i det uendelig fjerne at

$$\Phi(r) = - GM/r.$$

Resultatet (12.3) får da formen

$$f_1 = f_2 \left(1 - \frac{GM}{rc^2} \right). \quad (12.4)$$

Her betegner f_2 nu lysets frekvens uden gravitation (i det uendeligt fjerne) og f_1 er frekvensen i gravitationsfeltet i afstanden r fra centret. Frekvensen bliver altså mindre i et gravitationsfelt end i det fri rum; desto dybere lyset dykker ned i feltet, jo mindre bliver frekvensen. Idet en mindre frekvens svarer til en større bølgelængde, ser vi, at lys i stærke gravitationsfelter forskydes mod den røde del af spektret. Denne effekt kaldes den gravitationelle rødforskydning.

Rødforskydningen er eksperimentelt bekræftet. Hvis den skal være rimelig stor, må M/r for det legeme, der er ansvarligt for fel-

tet, være stor. Solen giver kun en ringe rødforskydning ($GM/rc^2 = \text{ca. } 2 \cdot 10^{-6}$), mens en stjerne som Sirius B forskyder bølgelængden betragteligt. Sirius B, en del af dobbeltstjernen Sirius, har omtrent samme masse som solen, men dens radius er kun ca. 3% af solens. Heraf fås $GM/rc^2 = \text{ca. } 7 \cdot 10^{-5}$, svarende til en rødforskydning på ca. 0,4 Å for lys af bølgelængden 6000 Å. Denne værdi er bekræftet gennem iagttagelser.

Hvad har den gravitationelle rødforskydning med tid at gøre? Et atom, der udsender lys af en bestemt frekvens, er et ur, hvor et vist antal svingninger svarer til en tidsenhed. Faktisk er sekundet defineret på denne måde (jvf. kap. 3). Når frekvensen i (12.3) ændres, betyder det ikke at der pr. sekund udsendes færre svingninger end der modtages (hvor skulle de overskydende svingninger komme fra?). Det betyder derimod at urene i S_1 og S_2 går forskelligt, således at sekundet har forskellig længde de to steder. Iflg. (12.3) har vi

$$\frac{\Delta(\text{svingninger})_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta(\text{svingninger})_2}{\Delta t_2} (1 + \phi/c^2),$$

d.v.s.

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 (1 + \phi/c^2). \quad (12.5)$$

Hvis vi igen vælger S_2 til at være i det uendeligt fjerne, vil vi have

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 (1 - GM/rc^2). \quad (12.6)$$

Ure går altså langsommere i stærke gravitationsfelter, en effekt der kan kaldes den gravitationelle tidsforlængelse. For at denne effekt skal have nogen praktisk betydning, skal M/r være meget stor, d.v.s. legemerne meget kompakte. Specielt for sorte huller ændrer gravitationen drastisk på tiden, hvilket vi skal se i næste kapitel.

En mere præcis beregning, baseret på den generelle relativitetsteoris ligninger, fører tilnærmelsesvist til samme resultat som (12.6). Det nøjagtige resultat er:

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 \sqrt{1 - 2GM/rc^2} \quad (12.7)$$

Ved hjælp af (12.1) indses det at (12.6) er en god tilnærmelse til (12.7), såfremt M/r ikke er ekstremt stor.

Den gravitationelle tidsforlængelse er som nævnt eksperimentelt bekræftet, både ud fra astronomiske data og ud fra målinger udført ved jorden med atomure. I starten af 70'erne blev cæsium-atomure sendt op med ordinære jetfly på rejse rundt om jorden i en højde af ca. 10 km. Urene var synkroniserede med jordtid med stor præcision. Der blev foretaget to jordomflyvninger, en med jordens rotation og en mod den; ved hjemkomsten blev de to forfløjne ure sammenlignet. Den observerede tidsforskel, der var af størrelsesordenen 10^{-7} sekund (se tabellen), er en kombination af kinematisk og gravitationel tidsforlængelse, svarende til formlerne (10.4) og (12.7). Som det fremgår af tabellen er der god overensstemmelse mellem den beregnede gravitationseffekt, baseret på (12.7), og den iagttagede.

	Tidsforskel (i 10^{-9} sekund)	
	$V \rightarrow \emptyset$	$\emptyset \rightarrow V$
Observeret (rejseur/jordur)	-59 ± 10	273 ± 7
Kinematisk effekt (beregnet.)	-184 ± 18	96 ± 10
Rest (gravitation)	125 ± 21	177 ± 12
Gravitationel effekt (teori)	144 ± 14	179 ± 18

Tabel I

Vi har set (kap. 11), at rumrejsende bliver yngre end de, der bliver på jorden. Dette er dog ikke altid tilfældet, idet tidsforskellen i almindelighed afhænger af forholdet mellem gravitationelle og kinematiske effekter. I nogle tilfælde vil den rejsende blive ældre!

For at indse dette, forestiller vi os en meget simpel "rumrejse", hvor en iagttager I_1 med sit ur U_1 skydes op fra jorden med en kanon. Ved kanonen befinder sig en anden iagttager I_2 , hvis ur U_2

ved starten synkroniseres med U_1 . Vi antager at tyngdefeltet er konstant. I modsætning til tidligere eksempler er der altså ingen raketter involveret, blot et lodret kast. Efter en vis tid falder I_1 tilbage mod I_2 , og når de igen mødes, sammenligner de deres ure.

Vi kan så forestille os en anden situation, hvor et ur U_B er i hvile i et inertialsystem og passerer af et andet ur U_A , der ved passagen synkroniseres med U_B . Det hele foregår i et tyngdefrit rum. Efter passagen af U_B bremses U_A med en konstant acceleration for at vende tilbage til U_B med modsat, voksende hastighed. Når urene passerer hinanden på tilbagevejen, sammenlignes de. Iflg. analysen i kap. 11 vil U_A så vise mindre tid end U_B .

Denne sidste, tyngdefri situation skal iflg. ækvivalensprincippet give samme resultat som den første situation med det lodret kastede ur i jordens tyngdefelt. Men hvis ækvivalensprincippet skal gælde, må det opsendte ur U_1 svare til U_B og U_2 svare til U_A . Et ur i hvile i et tyngdefelt er jo ækvivalent med et ur, der er konstant accelereret i et inertialsystem. U_2 vil altså vise mindre tid end U_1 . Den stationære iagttager er blevet yngre i forhold til den rejsende.

13. Hændelseshorisonter og sorte huller

Hvis to områder i rumtiden er adskilt således, at de ikke kan kommunikere begge veje med hinanden, siges de at være adskilt af en hændelses- eller begivenhedshorizont (engelsk: event horizon). I så fald kan der fra det ene område ikke sendes lyssignaler eller andre signaler til det andet. Der er således ingen gensidig kausal forbindelse mellem de to områder. Vi har tidligere (kap.10) diskuteret dette forhold. En lidt anden og mere interessant form for hændelseshorizont optræder, enten når de to områder fjerner sig fra hinanden med stor hast, eller når der optræder ekstremt stærke gravitationsfelter. Hændelseshorisonter spiller især en rolle i kosmologi og eksotisk astrofysik (sorte huller), hvor de beskrives ved hjælp af den generelle relativitetsteori. Men fænomenet er en almindelig relativistisk effekt, der også optræder i forbindelse med den specielle relativitetsteori, sådan som følgende eksempel viser.

Lad en raket R bevæge sig med konstant acceleration a , således at den befinder sig i $x=0$ til $t=0$. Efter raketten har bevæget sig i t' sekunder udsendes fra $x=0$ et lyssignal med retning mod den flygtende raket. Vil lyset altid, til et eller andet tidspunkt, indhente raketten? Spørgsmålet er en moderne version af Zenons gamle paradoks om Achilleus og skildpadden, men med et andet svar. Umiddelbart ville man mene, at lige som Achilleus er sikker på at indhente skildpadden, vil lyset under alle omstændigheder indhente raketten; uanset hvor store hastigheder raketten accelereres op til, vil lyset jo bevæge sig endnu hurtigere. Imidlertid viser en nøjere analyse, baseret på den specielle relativitetsteori, noget andet (bemærk at den specielle relativitetsteori også har gyldighed for problemer, hvori legemer undergår acceleration).

Bevægelsesligningen for raketten er

$$m_R a = m_R \frac{d}{dt} (\gamma v).$$

Her betegner m_R rakettenes hvilemasse og γ er den i (10.1) indførte faktor. Integreres ligningen m.h.t. tiden fås hastigheden

$$v_R = \frac{at}{\sqrt{1 + (at/c)^2}}.$$

Integreres endnu en gang (brug substitutionen $y=1+(at/c)^2$) fås den tilbagelagte vejlængde:

$$x_R = \frac{c^2}{a} (\sqrt{1 + (at/c)^2} - 1). \quad (13.1)$$

Lyset, der udsendes fra $x=0$ til $t>t'$ vil have tilbagelagt

$$x_L = c(t - t'). \quad (13.2)$$

Betingelsen for at lyset ikke kan indhente raketten må være at t' skal opfylde uligheden

$$x_R > x_L$$

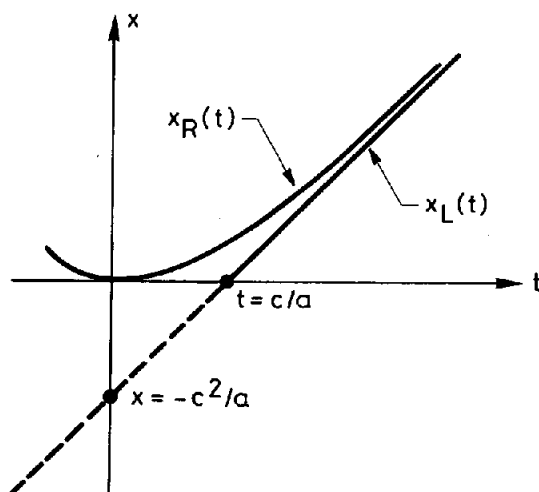


Fig. 44.

Ligning (13.1) kan omformes til

$$\frac{(x+c^2/a)^2}{(c^2/a)^2} - \frac{t^2}{(c/a)^2} = 1,$$

som fremstiller en hyperbel med midtpunkt i $(x,t) = (-c^2/a, 0)$ og asymptoter $x = \pm ct - c^2/a$. Den ene asymptote er x_L for $t' = c/a$. Lysstrålen vil komme uendelig nær raketten, men aldrig nå den.

for alle t . Den grafiske betydning heraf fremgår af fig.44. Løsningen til uligheden er

$$t' > c/a, \quad (13.3)$$

hvilket er betingelsen for en hændelseshorisont. Hvis (13.3) er opfyldt vil iagttagere i raketten aldrig kunne opnå viden om forholdene i $x=0$. Derimod kan iagttagere i dette punkt godt vide, hvad der foregår i raketten, da de kan modtage lyssignaler (f.eks. radio og TV-signaler) herfra. Der er altså tale om en énvejshorisont. Vi har set, at et stærkt accelereret system kan give anledning til en hændelseshorisont. Ud fra Einsteins ækvivalensprincip må vi derfor forvente, at der også er hændelseshorisonter i områder af rummet, hvor der er ekstremt stærke gravitationsfelter.

Mange stjerner udvikler sig med tiden til enormt kompakte objekter, f.eks. til s.k. neutronstjerner. En typisk neutronstjerne har måske en masse på 10^{30} kg, men en radius på blot 10 km; dens massefylde bliver altså omkring 10^{17} kg/m³! Tyngdefeltet ved dens overflade vil derfor være meget stærkt, idet størrelsen GM/R bliver ca. $7 \cdot 10^{15}$ J/kg. Alligevel er gravitationspotentialet mindre end c^2 . Det er dette forhold, der afgør, om der dannes et sort hul.

Såfremt M er betydeligt større end 10^{30} kg, vil stjernen kollapse under indflydelse af de enorme gravitationskræfter. Stjernen vil uundgåeligt falde sammen indtil alt dens stof er "forsvundet", eller rettere, koncentreret i et punkt.

Denne "punktformige stjerne" og dens nære omgivelser kaldes et sort hul. Selve rumtidspunktet, hvori den forhenværende stjerne er koncentreret, kaldes ofte en singularitet. Da singulariteten har masse, men ingen udstrækning, må dens massefylde være uendelig stor. Betingelsen for at et system kolliderer til et sort hul er at dets radius bliver mindre end den s.k. Schwarzschild radius (R_s), der er defineret som

$$R_s = 2GM/c^2.$$

I princippet kan alle legemer danne sorte huller, men seriøse kandidater for virkelige sorte huller er kun store stjerner, f.eks. med en masse omkring 10 solmasser (se tabellen).

Som det fremgår, vil kun meget store legemer have en Schwarzschild radius, der ikke er mikroskopisk. For at danne et sort hul, må legemet opnå en tæthed på

$$\rho_s = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} = \frac{3c^6}{32\pi G^3} \frac{1}{M^2}.$$

Mens R_s altså vokser proportionalt med massen, aftager tætheden med massens kvadrat. Meget tunge sorte huller kan dannes af legemer, der ikke er særlig kompakte.

Tabel II

Data for sorte huller af Schwarzschild typen.

Legeme	Masse	R_s (m)	Tæthed (kg/m^3)
Sten	1 kg	10^{-31}	10^{80}
Bjerg	10^{13} kg	10^{-15}	10^{54}
Jorden	$6 \cdot 10^{24}$ kg	10^{-2}	10^{30}
Solen	$2 \cdot 10^{30}$ kg = $M_\odot$	10^3	10^{19}
Hvid dværg	2 $M_\odot$	10^4	10^{18}
Mælkevejen	10^{11} $M_\odot$	10^{14}	10^{-3}
Universet	10^{23} $M_\odot$	10^{26}	10^{-27}

Sorte huller er aldrig blevet observeret med sikkerhed, men der er grund til at tro, at de findes i universet, endda i et stort antal. Teorien synes at kræve, at de sorte huller findes, og der er også astronomiske målinger, der indirekte tyder på, at dette er tilfældet. Der findes adskillige typer af sorte huller. De simpleste, kaldet Schwarzschild huller dannes af en kuglesymmetrisk masse uden rotation eller elektrisk ladning. Andre og mere realistiske modeller for sorte huller inkluderer elektrisk lad-

ning og impulsmoment fra rotation. I det følgende skal vi kun betragte nogle elementære egenskaber ved sorte huller af Schwarzschild typen.

Sorte huller er omgivet af en hændelseshorisont. Ingen signaler kan passere Schwarzschild grænsen og nå en iagttager uden for hullet. Man kan derfor ikke have nogen erfaringsbaseret viden om forholdene inden i et sort hul. Et formelt tilsvarende resultat kan fås ud fra en simpel, klassisk betragtning:

Hvis et legeme af masse m skal undslippe et tyngdefelt, må det udsendes med en kinetisk energi, der mindst er lige så stor som den potentielle energi (med modsat fortegn) ved det sted, hvorfra det udsendes. Hvis $W_{\text{kin}} + W_{\text{pot}}$ er positiv vil legemet ikke være i en bundet tilstand, d.v.s. vil ikke falde ned. Betingelsen er altså

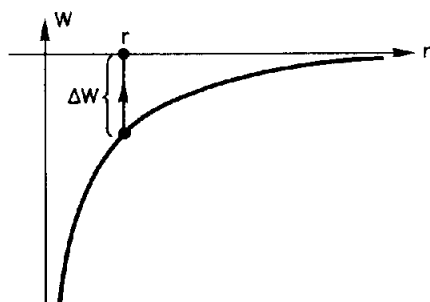
$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{mM}{r} > 0 ,$$

hvoraf

$$v^2 > 2GM/r .$$

Grænsehastigheden $\sqrt{2GM/r}$ er den s.k. undslippelseshastighed (eller escape-hastighed på dansk!). Hvis det legeme, der frembringer tyngdefeltet, har en massefylde således at $2GM/r > c^2$ vil ikke engang lys kunne undslippe. Den kritiske radius bliver således $2GM/c^2$, hvilket netop er Schwarzschild

radien. At dette resultat kan fås ud fra klassisk mekanik (omend ud fra tvivlsomme forudsætninger), er dog et tilfælde. Sorte hullers egenskaber kan ikke forklares klassisk, men kun inden for den generelle relativitetsteoris rammer. Som vi skal se, har sorte huller egenskaber, der er ganske fremmedartede for klassisk fysik.



Den potentielle energi af et tyngdefelt. I afstanden r skal legemet mindst have den kinetiske energi ΔW for at undslippe.

Fig. 45

Vi forestiller os nu et stærkt gravitationsfelt omkring en masse M . Et ur anbragt i feltet i afstanden r fra centret vil måle egen-tiden dT , som registreret af en "lokal" iagttager ved uret. En iagttager med et ur uendelig langt væk fra feltet vil ikke måle e-

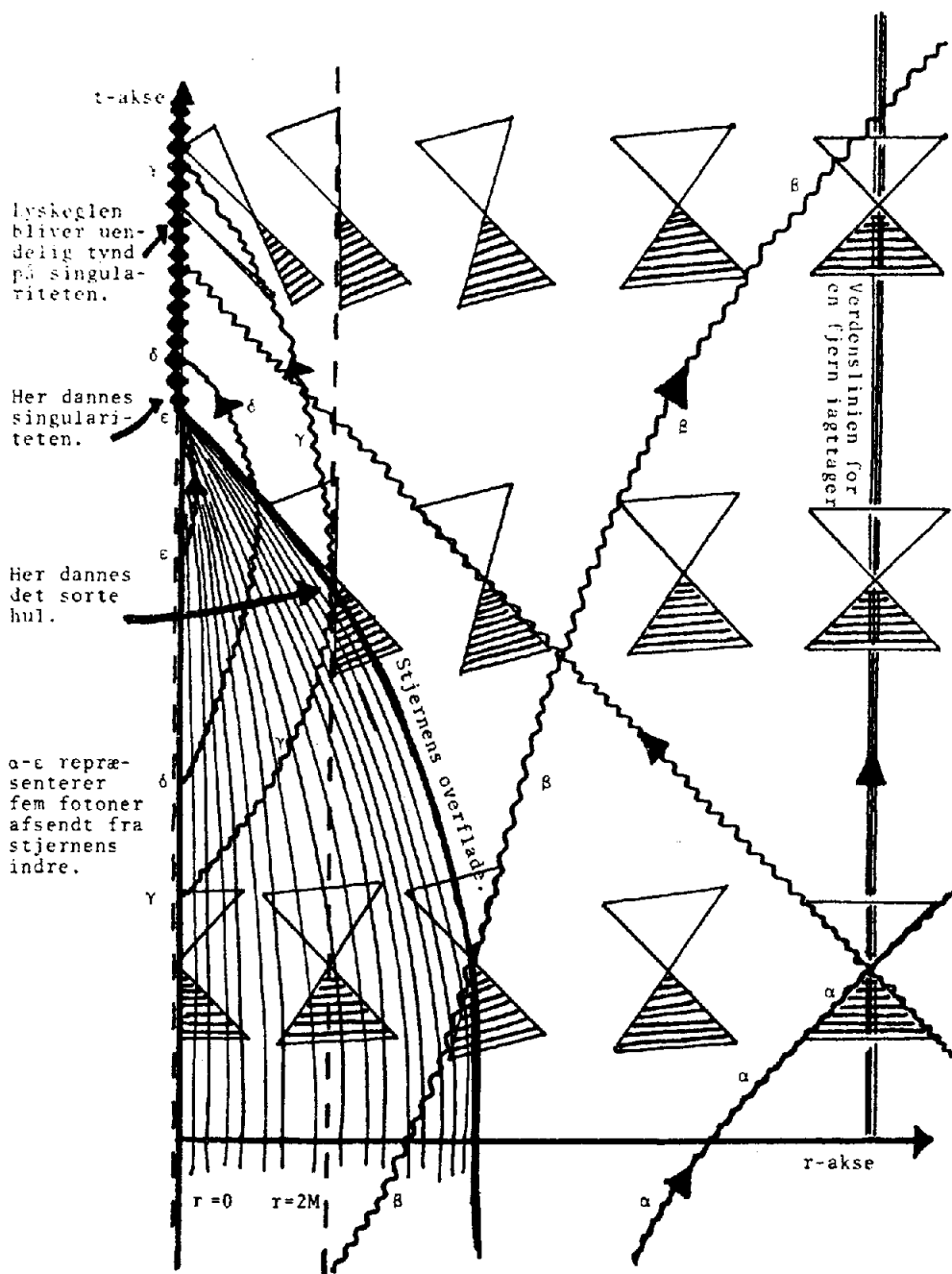


Fig. 46

(Kilde: Bjørn Felsager, GAMMA, nr.48, 1982, s.25).

gentiden dT på sit ur, men en "global" koordinattid dt . Vi har i kap.12 set, at de to tidsmaal transformerer som

$$dT = dt \sqrt{1 - 2GM/rc^2}. \quad (13.4)$$

Lige som tiden ændres i relativitetsteorien, vil længden af de målestokke, afstande måles med, ændres. I den specielle relativitetsteori vil længden forkortes iflg. $dL = dL_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$, der svarer til tidsforlængelsen (10.4). I stærke gravitationsfelter følger det af den generelle relativitetsteori at

$$dr = dL \sqrt{1 - 2GM/rc^2}, \quad (13.5)$$

der svarer til den tidslige gravitationseffekt (13.4). I (13.5) er dr det globale længdeinterval, målt af en iagttager fjernt fra feltet, mens dL er et interval af egenlængden, målt af en lokal iagttager.

Lad os nu forestille os, at en partikel - eller et rumskib - nærmer sig et sort hul. Når partiklen nærmer sig Schwarzschild randen vil $dt \rightarrow \infty$ iflg. (13.4); egentiden dT vil naturligvis være uændret. Betydningen heraf synes at være, at en fjern iagttager vil registrere at "tiden står stille" ved Schwarzschild randen. Hvis ethvert tidsinterval er uendeligt langt, vil enhver bevægelse opføre sig, da hastigheden for enhver bevægelse bliver nul.

Selv lysets hastighed bliver nul på Schwarzschild randen, målt globalt. Lokalt er lyshastigheden stadig 300.000 km/sek., dvs. $dL/dT = c$, men globalt udtrykkes den ved dr/dt , der iflg. (13.4) og (13.5) giver

$$c' = dr/dt = c(1 - 2GM/rc^2). \quad (13.6)$$

Bemærk at lyshastigheden ikke er konstant i den generelle relativitetsteori. Set fra den fjerne iagttager vil lysets hastighed blive mindre i stærke tyngdefelter for at blive nul på selve Schwarzschild randen.

Vi kan illustrere rejsen til det sorte hul ved hjælp af rumtidsdiagrammer og lyskegler. Lyskeglens hældning med tidsaksen angiver lyshastigheden og er hidtil blevet regnet konstant lig med 45° .

Resultatet (13.6) må betyde at hældningen, og dermed keglens åbning, bliver mindre i stærke gravitationsfelter. Samtidig vil rumtidens geometri ændres, idet rumtidsintervallet ikke længere følger udtrykket (9.2). Denne ændring svarer til at rumtiden "krummes" i det stærke gravitationsfelt, med det resultat at lyskeglerne langs verdenslinjerne "kæntres". De indsnævrede lyskegler vil hælde mod det sorte hul, således at ved Schwarzschild randen vil lyskeglen tangere randen (se fig.46).

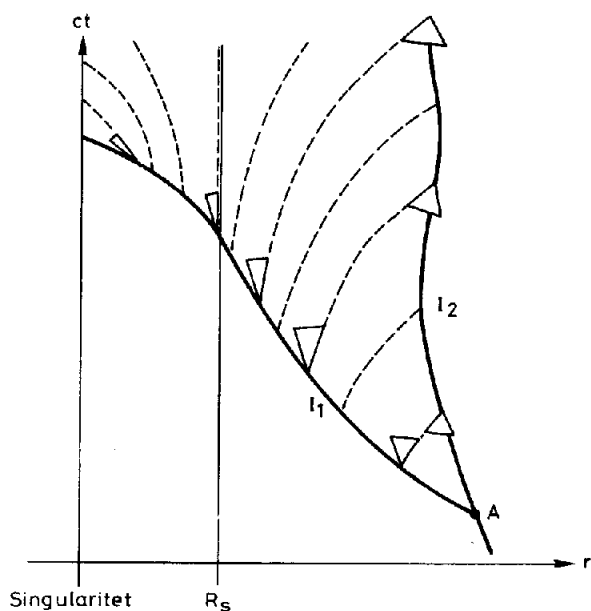


Fig.47

Da al kontakt med omverdenen må foregå inden for den positive lyskegle, kan en iagttager på selve Schwarzschild randen ikke kommunikere med verden uden for det sorte hul. Ethvert signal og enhver bevægelse er tvunget til at foregå mod singulariteten, når først Schwarzschild grænsen er passeret. Muligheden for at undslippe via den negative lyskegle findes ikke, da man i så fald skulle bevæge sig bagud i tiden; og dette er en mulighed vi tidligere har afvist. På fig. 46 lægger vi endvidere mærke til fotonernes verdenslinjer. Lys, der udsendes fra stjernens indre før den er helt kollapsed til en singularitet, vil få stedse lavere hastighed og

stoppe før det når Schwarzschild randen, hvor fotonbanens hældning med tidsaksen er nul. Vi kan beregne den tid, det tager for lyset at bevæge sig fra R til r , når begge disse afstande er mindre end R_s . Antages at (13.6) har gyldighed i det sorte hul, fås tiden til

$$t = \int_0^t dt = \int_R^r \frac{1}{c - 2GM/c} dr.$$

Dette integral løses ved substitution (sæt $y = cr - 2GM/c$), hvorved fremkommer resultatet

$$t = \frac{1}{c}(R - r) + \frac{2GM}{c^2} \ln\left(\frac{cr - 2GM/c}{cR - 2GM/c}\right).$$

Hvis r nærmer sig R_s vil t gå mod uendelig. Lyset vil altså bruge uendelig lang tid om at nå Schwarzschild randen, også selv om det udsendes fra et vilkårligt nært punkt. Regningen er overensstemmende med fig. 46 og viser desuden hvor anderledes sorte huller er fra det tidligere nævnte klassiske eksempel. Klassisk set skulle et projektil jo kunne undslippe et gravitationsfelt selv med en lille hastighed, blot projektilet bliver affyret tilstrækkeligt langt oppe.

Lad os vende tilbage til rejsen mod det sorte hul (se fig. 47). To iagttagere, I_1 og I_2 , i hver deres rumskibe vil gerne vide noget mere om sorte huller. De aftaler at I_1 skal begive sig mod det sorte hul, mens I_2 holder sig væk fra hullet. Før de skilles (A), aftaler de at I_1 skal holde sig i kontakt med I_2 ved at sende lys-signaler (f.eks. et TV billede) til I_2 med en bestemt frekvens. I_2 kan modtage signalerne gennem sin negative lyskegle, der hele tiden er normal, d.v.s. med en åbning på 90° og med en hældning mod tidsaksen på 45° . Når I_1 nærmer sig Schwarzschild randen, vil hans lyskegle ændres som ovenfor nævnt. Hvis han sender signaler med en bestemt frekvens, målt på sit eget ur, vil signalerne nå I_2 med større og større mellemrum. Signalet, der udsendes umiddelbart før I_1 passerer Schwarzschild randen, vil sendes næsten lodret opad i rumtidsdiagrammet og derfor først skære I_2 's verdenslinje efter meget lang tid. I_2 vil konkludere at alle processer (ure) i I_1 's rumskib går langsommere, mens I_1 registrerer alting normalt. Hvis I_1 konstant sender TV billeder til I_2 , vil I_2 hele tiden modtage disse billeder, men uden nogen sinde at se I_1 passere Schwarzschild randen.

Uanset hvor mange år I_2 tilbringer foran sin TV skærm, vil han kun opfange billeder fra lige før passagen. Han vil se I_1 "fryse fast" umiddelbart uden for det sorte hul og vil aldrig få sin nysgerrighed tilfredsstillet. I_1 vil opfatte tingene ganske anderledes. Hans tid vil forløbe normalt og han vil passere Schwarzschild randen uden besvær og uden at lægge mærke til det. Til gengæld vil han lægge mærke til det, hvis han prøver at bryde ud af hullet. Det er umuligt, og i løbet af meget kort tid (milliontedele af et sekund) vil han gå til grunde i singulariteten.

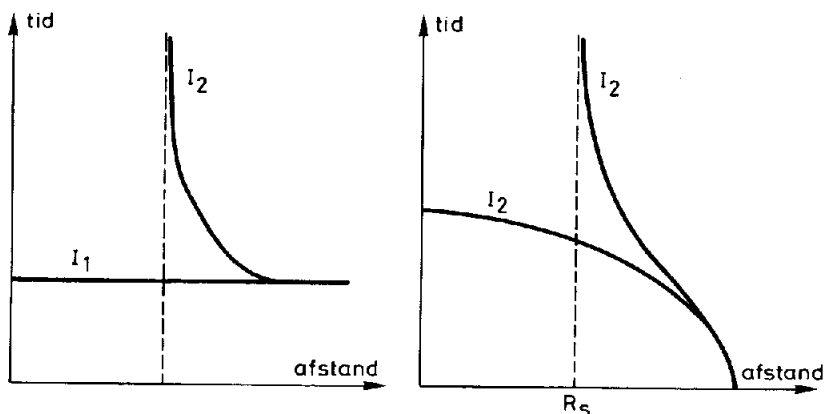


Fig.48

På fig.48 er vist hvorledes rejsen tager sig ud for I_1 og I_2 , idet det antages at I_1 falder frit mod hullet. Den højre figur angiver I_1 's rejse, målt med I_1 's eget ur (egentid) og med I_2 's ur. Den venstre figur viser tiden for et periodisk signal, der udsendes fra I_1 med bestemt frekvens. I_1 sender signaler med samme tidsinterval, målt på sit ur, men I_2 modtager signalerne med stedse større forskel i tiden målt på sit ur. Bemærk i begge figurerne at i store afstande fra Schwarzschild randen (hvilket måske betyder 100 km) er der ingen uoverensstemmelser mellem de to iagttagere.

Relativitetsteorien, både den specielle og den generelle, er tids-symmetrisk, det vil sige at der til enhver løsning med normal forlæns tid formelt svarer en bevægelsesomvendt løsning. I denne henseende adskiller relativitetsteorien sig ikke fra klassisk fy-

sik. Da den generelle relativitetsteori forudsiger eksistensen af sorte huller, og da disse formentligt eksisterer, har man spekuleret over om ikke de bevægelsesomvendte fænomener også findes. Disse hypotetiske objekter kaldes hvide huller. Et hvidt hul skal altså være en singularitet i universet, hvorfra der pludselig vokser en stjerne frem (processen med en stjerne kollaps til et sort hul filmet modsat). Hvide huller er ikke påvist og de betragtes blandt astronomer ikke som lige så seriøse objekter som de sorte huller.

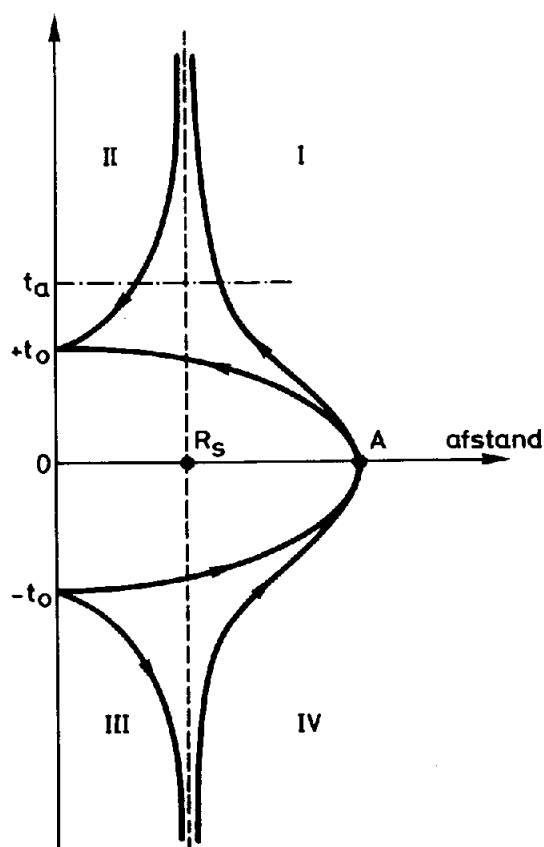


Fig. 49

Den generelle relativitetsteoris tidssymmetri gør det bevægelsesomvendte fri fald mod et sort hul til en matematisk mulighed. En sådan bevægelsesomvending må svare til at iagttageren (I_1) pludselig "vokser ud" af en singularitet i rummet og meget hurtigt slynges gennem Schwarzschild randen indefra for derefter at bremses ned til hvile i en vis afstand uden for randen. Processen, der så måles i egentid, er afbildet i fig.49 ved at spejle den i fig.48 viste kurve for I_1 , hvilket svarer til en tidsomvending, $t \rightarrow -t$. Vi kan endvidere forestille os, at I_1 til starttidspunktet $-t_0$ rejser ud af det sorte hul for efter opbremsning i A, t_0 sekunder senere igen falder tilbage i hullet, hvis singularitet han må ramme til $t = +t_0$. Denne bevægelsessymmetriske proces er matematisk mulig, i den forstand at løsningerne til de generelt-relativistiske ligninger kan fortolkes således. Processen målt i egentid er ikke så overraskende, idet den groft set svarer til det lodrette kast efterfulgt af et frit fald, sådan som vi kender det fra klassisk mekanik (jvf.kap.4).

Udtrykker man løsningerne i den fjerne iagttagers tid, får man i midlertid et billede af rejsen, der er højst mærkværdigt. Verdenslinjen i global tid må igen være symmetrisk omkring $t = 0$, som afbildet på figuren. Set fra den fjerne iagttager ser I_1 's rejse omtrent således ud: Til $t = -t_0$ forlader I_1 singulariteten (t betyder nu global tid, men urene tænkes synkroniseret således, at de viser samme tid i $t = -t_0$ og $t = 0$); til en tidligere tid vil I_1 bevæge sig udad mod Schwarzschild randen, som han nærmer sig asymptotisk for $t \rightarrow -\infty$. I_1 "passerer" randen (til $t = -\infty$) og når vendepunktet A til $t = 0$. Dernæst falder han mod randen, som han igen nærmer sig asymptotisk for $t = +\infty$. Randen "passeres" i den uendeligt fjerne fremtid og I_1 når singulariteten til det tidligere tidspunkt $+t_0$.

Det må være klart at dette billede ikke kan tillægges egentlig fysisk betydning. Delbevægelserne I og IV kan måske forstås ud fra det tidligere nævnte, men bevægelserne i II og III kan ikke accepteres. I disse områder bevæger I_1 sig jo tilbage i tiden, hvilket fysisk set er meningsløst. Desuden vil I_2 for $|t| > t_0$ se to versioner af I_1 til samme tidspunkt (f.eks. til t_a), den ene bevægende sig frem i tiden uden for Schwarzschild randen, den anden bevægende sig tilbage i tiden inden for randen. Disse to versioner kan

ikke begge være fysisk virkelige, selv om de optræder som lige gode matematiske løsninger.

Vi skal ikke forsøge at udrede dette paradoksale forhold, men blot nævne, at det bunder i en forkert brug af rumtiden, d.v.s. i en forkert geometrisk fortolkning af de matematiske ligninger og deres løsninger. I et sort hul kan rumtiden ikke fremstilles ved det simple billede fig.49 er baseret på. En mere korrekt oversættelse af rumtiden til den geometri, der hersker i et sort hul, vil resultere i et billede, hvor områderne II og III optræder på lige fod med I og IV. Specielt vil også bevægelserne inden for Schwarzschildranden forløbe i almindelig forlæns tid og I_1 vil kun befinde sig et sted til et bestemt tidspunkt. Heller ikke i sorte huller er der tale om, at tiden kan gå baglæns i nogen fysisk forstand.

Ved at anvende kvantemekanikken på sorte huller er der blevet vist nogle overraskende teoretiske resultater. Det viser sig nemlig at især små sorte huller på trods af deres hændelseshorisont kan udsende energi (partikler, stråling). Vi skal i kap.17 antyde hvorledes dette kan gå til. Den energi, der udsendes fra sorte huller, svarer til at de virker som varme ("sorte") legemer af en bestemt temperatur, givet ved

$$T = \frac{h}{16\pi^2 Gk} \frac{c^3}{M} ,$$

hvor T er den absolutte temperatur. Verdensrummet er gennemtrængt af en kosmisk baggrundsstråling, svarende til en temperatur på 3K (jvf. kap.14). Hvis det sorte hul derfor har en temperatur større end 3K, vil det udstråle energi til verdensrummet og efterhånden "fordampe".

Det har været forsøgt at bruge den teoretiske viden om sorte huller til at give en fysisk begrundelse for tidens retning, d.v.s. at lade sorte huller fungere som en tidspil på samme måde som f.eks. entropien (jvf. kap. 5). Denne tankegang er baseret på de irreversible processer, der er knyttet til de sorte hullers fysik. Ganske vist kan sorte huller ikke længere opfattes som irreversible i den forstand, at energi kun kan passere Schwarzschild randen indad (jvf. ovenstående bemærkning). Men det viser sig, at enhver ændring af et sort hul vil medføre en forøgelse af hullets (d.v.s.

hændelseshorisontens) areal. Et sort huls areal kan aldrig aftage. Denne sætning har en formel lighed med termodynamikkens anden hovedsætning om entropiens vækst.

Denne lighed er ikke blot formel, idet sorte huller kan tilskrives et entropiindhold, der afhænger af deres areal. Når et sort hul dannes, vil de fleste af de egenskaber, der karakteriserede systemet før dets kollaps, forsvinde. Et sort hul af Schwarzschild typen er udelukkende karakteriseret ved dets masse. En mangfoldighed af forskellige legemer kan kollapse til det samme sorte hul, idet det ud fra hullets egenskaber er umuligt at sige hvilket af de mulige legemer, det stammer fra. Denne ubestemthed er ikke resultatet af, at de fysiske teorier ikke er gode nok eller detaljerede nok. Den er af en principiel natur, på samme måde som kvantemekanikkens ubestemthedsrelationer er det. Dannelsen af sorte huller kan i denne forstand siges at være ledsaget af et uigenkaldeligt tab af information om systemet. Entropibegrebet kan fortolkes informationsmæssigt, idet et systems orden udtrykker den viden eller information, man kan have om systemet (jvf. kap. 5). Herved har det været muligt at angive sorte hullers entropi. Ideen er at se på antallet af forskellige systemer, der kan resultere i samme sorte hul. Logaritmen til dette tal kan fortolkes som hullets entropi. Teoretisk gælder at entropien hænger sammen med arealet efter formlen

$$S = \frac{\pi k c^3}{2 h G} A.$$

På denne måde er der overensstemmelse mellem sætningen om sorte hullers voksende areal og entropisætningen.

Ved at inkludere den således definerede sort-huls-entropi fås et generaliseret entropibegreb. For universet som helhed gælder at den generaliserede entropi aldrig aftager (i en verden med sorte huller vil dette ikke gælde for den almindelige entropi).

Sorte huller synes ikke at være bedre egnet som tidspil end andre irreversible fænomener. De indvendinger, der kan rettes mod begrebet om en tidspil inden for termodynamik og elektrodynamik (kap. 6), har også gyldighed for sorte huller. Hertil kommer, at det forekommer hasarderet at ville begrunde tidens retning i et fænomen, der aldrig er observeret og måske slet ikke findes i naturen.

14. Tid og kosmologi

Vi skal nu se på nogle kosmologiske aspekter af tiden, d.v.s. sådanne aspekter, der er knyttet til universet som en helhed og til dets udvikling. Vi vil først give et nødtørftigt resumé af moderne Big Bang kosmologi.

Den model for universets struktur og udvikling, der i dag nyder almen accept, er den s.k. standard Big Bang teori. Denne teori bygger især på den generelle relativitetsteori, samt hvad angår det meget tidlige univers, på elementarpartikelfysik. Lige som andre kosmologiske modeller er standard Big Bang teorien baseret på, hvad man kalder det kosmologiske princip. Ifølge dette princip skal alle hændelser i universet, og derfor også alle naturlove, fremtræde ens for enhver iagttager, uanset dennes rumlige placering. Det kosmologiske princip er altså en antagelse om, at universet i det store og hele (d.v.s. i sin grovstruktur, f.eks. på galaktisk niveau) er isotropt og homogent, og således ser ens ud for enhver iagttager ethvert sted i verden. Denne antagelse er i dag alment accepteret og har god eksperimentel støtte. Det kosmologiske princip muliggør at definere et tidsmål, der er det samme overalt i verden. Forestiller man sig nemlig, at enhver galakse er udstyret med én iagttager (s.k. galaktisk iagttager), så vil disse iagttagere beskrive successive tilstande af universet på samme måde. De galaktiske iagttagere vil have et fælles mål for ordenen af iagttagne hændelser. Det herpå baserede tidsmål kaldes kosmisk tid. Den kosmiske tid er direkte knyttet til universets udvidelse.

Ud fra det kosmologiske princip følger den eksperimentelt bekræftede Hubble relation, iflg. hvilken ethvert stort astronomisk objekt (galakser) fjerner sig fra ethvert andet objekt med en radial hastighed, der er proportional med afstanden. Hubble relationen kan skrives

$$\vec{v} = H \cdot \vec{r}. \quad (14.1)$$

Her er H den s.k. Hubble konstant, der via observationer er fastlagt til værdien ca. $60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ($\text{Mpc} = \text{megaparsec}$). I overensstemmelse med Hubble relationen siges universet at udvide sig,

hvormed menes at alle (store) afstande vokser med tiden. For universet som helhed udtrykkes afstandsvariationen ved en skalafaktor R , der er givet ved

$$\vec{r} = \vec{r}_0 (R/R_0) .$$

r er her en afstand mellem to vilkårlige galakser og er ligesom skalafaktoren en funktion af tiden. Størrelserne r_0 og R_0 står for $r(t_0)$ og $R(t_0)$, hvor t_0 er et vilkårligt begyndelsestidspunkt. Ved hjælp af skalafaktoren kan Hubble relationen (14.1) skrives

$$dR/dt = H \cdot R(t) . \quad (14.2)$$

Den tid, der indgår heri, er den kosmiske tid. Den er ens for alle galaktiske iagttagere, lige som skalafaktoren til en bestemt værdi af t er den samme overalt i universet. $R(t)$ kan opfattes som et mål for universets radius, såfremt det ikke opfattes for bogstaveligt: Universet har ingen radius i anskuelig forstand, d.v.s. en grænse uden for hvilken universet ikke længere er der. Er funktionen $R(t)$ voksende, svarer det til at universet udvider sig, sådan som man mener, det gør. Inden for Big Bang teorien findes adskillige alternative forslag til hvorledes universet har udviklet sig. Fælles for disse er, at verden "startede" fra en singularitet for 10-20 milliarder år siden, og siden da har udvidet sig.

Universets alder er en betegnelse for den (kosmiske) tid, der er forløbet siden the Big Bang, d.v.s. fra $(R,t) = (0,0)$ til $(R,t) = (R_0,t_0)$. I almindelighed gælder så

$$t_0 = \int_0^{t_0} dt = \int_0^{R_0} \frac{1}{H} \frac{dR}{R} . \quad (14.3)$$

Et af de realistiske bud på en kosmologisk model er den s.k. Einstein - de Sitter model. Ifølge denne model varierer skalafaktoren som

$$R(t) = (3/2 H_0)^{2/3} t^{2/3} ,$$

hvor H_0 betegner værdien for den nutidige Hubble konstant.

Vi har så

$$dR/dt = 2/3 (3/2 H_0)^{2/3} t^{-1/3},$$

som fremstiller et univers med fortsat ekspansion, men med aftagende ekspansionshastighed. Hubble konstantens tidsafhængighed fremgår af (14.2) at være givet ved

$$H(t) = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = 2/3 t^{-1}.$$

Bemærk at Hubble konstanten, på trods af sit navn, ikke er konstant i tiden.

Heraf fås universets alder til

$$t_0 = 2/3 H_0^{-1}. \quad (14.4)$$

Indsættes talværdien for H_0 , giver dette ca. 12 milliarder år. Andre modeller fører til lignende relationer mellem t_0 og H_0 , idet de kun adskiller sig fra (14.4) ved værdien af faktoren foran H_0 . I standard Big-Bang teorien vil denne faktor altid være mindre end én. Størrelsen H_0^{-1} kaldes Hubble tiden (i dag) og er altså et omtrentligt mål for universets alder.

Inden for Big Bang teorien findes også s.k. kontraherende løsninger, der resulterer i andre kosmologiske modeller. Iflg. disse vil universet, efter at have nået sin maximale størrelse, gå over i en sammentrækkende fase. Til slut vil sammentrækningen ende i en singularitet af samme type som den oprindelige (kaldet "the Big Crunch" eller "the Big Squeeze"). Man kunne tænke sig at universet så begyndte at ekspandere igen, idet "the Big Crunch" gav anledning til en ny skabelse med fornyet ekspansion efterfulgt af ny kontraktion, o.s.v. Beregninger viser, at i et sådant oscillerende univers vil skalafaktoren blive større for hver gang universet bliver skabt. Ideen om et oscillerende univers er dog mere af spekulativ end fysisk interesse, da man aldrig vil have mulighed for at afgøre i hvilken af verdenerne, vi befinder os. I de almindelige modeller, hvor ekspansionen foregår ubegrænset, vil verden have en begyndelse, men ingen afslutning. I den kontraherende model vil der både være en begyndelse og en afslutning. Det oscillerende univers har ikke på samme måde nogen begyndelse og muliggør i en vis forstand en evighed inden for klassen af Big Bang teorier.

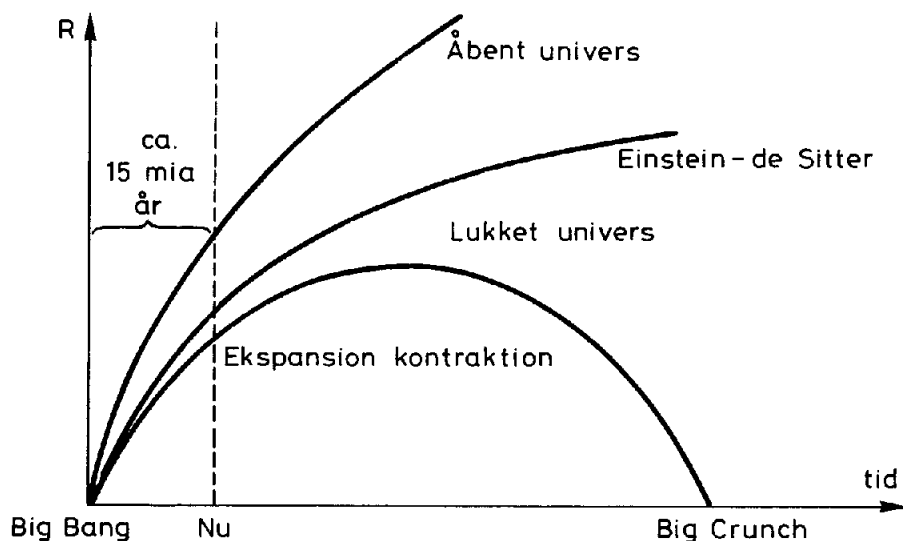


Fig. 50

Ifølge standard Big Bang teorien er universet altså skabt ud af en singularitet for ca. 15 milliarder år siden; singulariteten selv havde ingen placering i rumtiden og ingen udstrækning. Ud fra teoretiske modeller er udviklingsforløbet studeret for det meget tidlige univers, helt ned til ca. 10^{-43} sekund efter the Big Bang. Dette umådeligt korte tidsrum er det korteste, som de fysiske love synes at tillade som meningsfuldt. Tidsrummet kaldes for Planck tiden. Forsøg på at skabe en forenet teori ud fra kvantemekanik og generel relativitetsteori viser at målinger indenfor et længdeinterval, givet ved kombinationen $(hGc^{-3})^{1/2}$, hvor h er Plancks konstant, er principielt umulige. Den nævnte kombination af naturkonstanter har dimension af længde og kaldes Planck længden. Den tid, lyset er om at tilbagelægge Planck længden, er netop Planck tiden:

$$t_P = \sqrt{\frac{hG}{c^5}}$$

Ved indsættelse af konstanterne ses at t_P er ca. 10^{-43} sek. Vi bemærker at Planck tiden er en meget mindre tidsstørrelse end den tidligere nævnte "kronon" (kap.3).

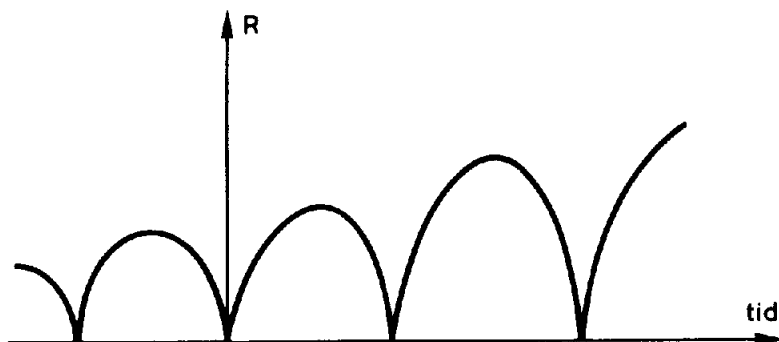


Fig.51

I modsætning til Big Bang kosmologi opererer Steady State modeller med det postulat, at universet ikke blot er rumligt homogent, men også tidsligt homogent (det perfekte kosmologiske princip). Det vil sige, at universet har set ens ud for enhver iagttager til alle tider. I Steady State teorien er der ingen universel skabelse (hvilket jo ville bryde med det perfekte kosmologiske princip). Universet har eksisteret i en evighed og vil vedblive med at eksistere i en evighed. Også Steady State teorien er baseret på det ekspanderende univers, men ekspansionen bliver anderledes, da Hubble konstanten ikke kan være tidsafhængig. Hvis $H = H_0$ til alle tider må

$$\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = H_0$$

hvoraf

$$R(t) = R_0 \exp(H_0 t).$$

Der bliver altså tale om et stadigt voksende univers, der endda hele tiden accelererer. Steady State teorier var populære i halvtredserne, men bliver ikke i dag betragtet som et seriøst alternativ til Big Bang teorien.

Hændelseshorisonter af den type, vi har nævnt i kap.13, findes også for det ekspanderende univers som helhed. Der er her tale om, at universet udvider sig så hurtigt, at lyset fra fjerne galakser ikke kan nå iagttageren. Lad en galaktisk iagttager befinde sig i B og en anden i galaksen A. I ballonanalogien (fig. 52)

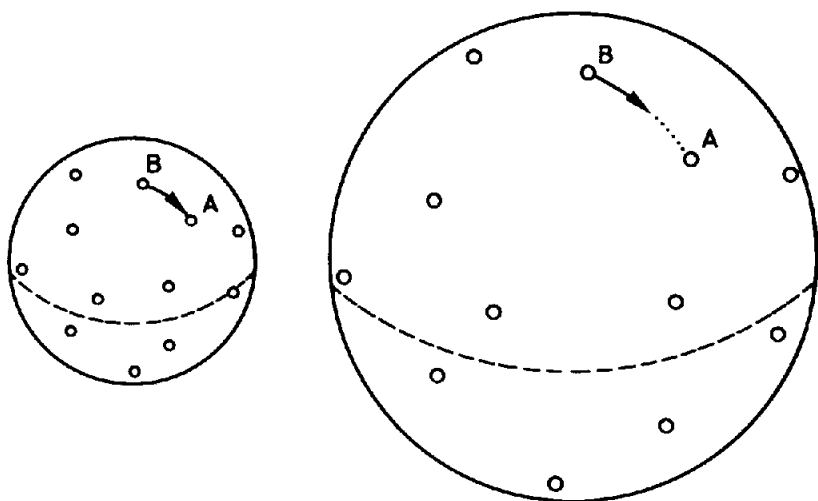


Fig. 52

BALLONANALOGIEN. Udvidelsen af det lukkede univers kan anskueliggøres ved hjælp af en ballon, hvorpå der er malet prikker. Prikkerne svarer til galakser og rummet, hvori galakserne befinder sig, svarer til ballonens overflade. Når ballonen pustes op, vil afstanden (målt på kuglefladen) mellem to vilkårlige prikker øges med en hastighed, der er proportional med deres afstand (Hubbles lov). Alle prikker fjerner sig fra hinanden; der er ikke noget centrum for ekspansionen og prikkernes mønster vil bibeholdes. I figuren er radius for ballonen til højre blevet fordoblet, således at overfladen er blevet fire gange så stor. Alle afstande mellem prikkerne er også fordoblet.

Hvis analogien skal have værdi, må man huske på at hele verden er begrænset til ballonens overflade. Man kan f.eks. ikke sende et signal fra B til A ved at skyde genvej gennem ballonens indre. I analogien kan man hverken bevæge sig inden for eller uden for ballonens overflade. Det ville svare til at man bevægede sig "uden for verden", hvilket er meningsløs snak.

vil lys fra B bevæge sig ad storcirkler på ballonfladen. Hvis universet var statisk ville lys fra B altid nå A til et eller andet tidspunkt. I et ekspanderende univers vil ekspansionen bevirke at B hele tiden fjerner sig fra A. Set fra A vil alle galakser flygte væk. Hvis der er tale om en accelereret ekspansion, vil et signal fra B kun kunne nå A, hvis B ligger inden for en vis afstand af A, en horisont. Betingelsen for kosmologiske horisonter af denne type er således at

$$dR/dt \sim t^m, \quad m > 0$$

eller

$$R \sim t^n, \quad n > 1$$

(tegnet $\sim$ betyder "proportional med"). Situationen svarer til, at B fjerner sig fra A med en hastighed, der er større end lysets. Vi kan opfatte det i lighed med eksemplet fra begyndelsen af kap. 13; accelerationen og den dermed forbundne tidseffekt resulterer i, at lyset ikke vil nå A, selv om B bevæger sig bort fra A med en hastighed, der er mindre end 300.000 km/s. Steady State modellen er et eksempel på en kosmologisk teori med en indbygget hændeshorisont, mens f.eks. Einstein - de Sitter modellen ikke har en sådan horisont.

En særlig form for horisont er knyttet til den kosmiske baggrundsstråling, der gennemtrænger universet. Baggrundsstrålingens spektrum er givet ved Plancks strålingslov med en temperatur på ca. 3K og den modtages isotropt fra ethvert område af universet. Ifølge standard Big Bang modellen opstod denne stråling (med en meget højere temperatur), da universet blev "gennemsigtigt" for fotoner, hvilket skete omkring en halv million år efter the Big Bang. Vi (A på fig. 53) modtager i dag baggrundsstråling med samme temperatur fra alle retninger, d.v.s. også fra områder af universet, der ved strålingens opståen var rumligt adskilt (B og C i figuren). Den stråling vi modtager, når os gennem den fortidige del af vores lyskegle. Hvis områderne B og C til tiden T_1 var adskilt, som vist på figuren, ville der ikke have været nogen kausal forbindelse mellem B og C. Efter standard Big Bang teoriens forudsigelser har vi netop en sådan situation, hvor der ikke var nogen korrelation eller kausal kontakt mellem B og C. I

så faldt må det forekomme mærkværdigt, at der kunne opstå nøjagtigt den samme stråling i alle områder af det tidlige univers. Denne mærkværdighed betegnes horisontproblemet.

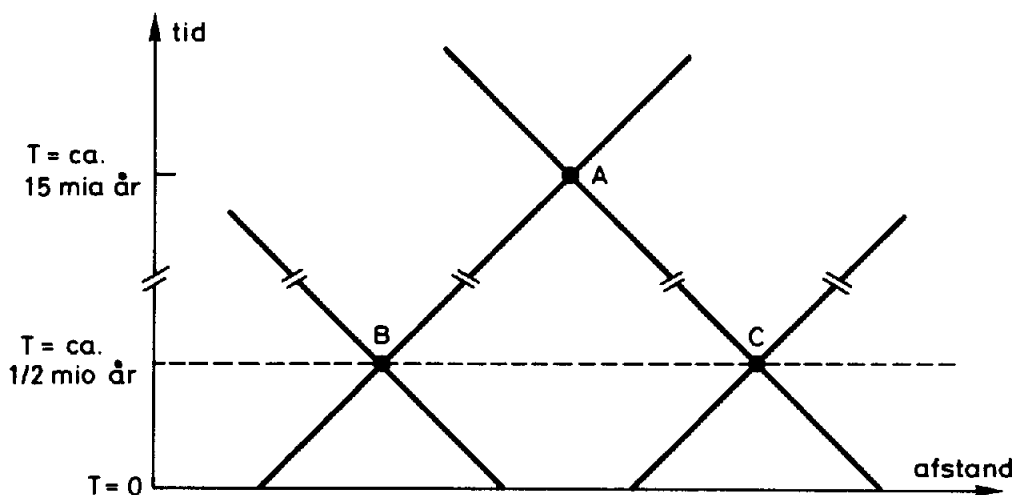


Fig.53

Forsøg på at løse horisontproblemet har i de senere år ført til formuleringen af en ny kosmologisk teori, kaldet inflationsmodellen. Denne model adskiller sig ikke fra standard Big Bang modellen med hensyn til universets udvikling siden ca. 10^{-30} sekunder fra the Big Bang. Men den indfører nogle drastiske ændringer i forestillingerne om det meget tidlige univers. Iflg. inflationsmodellen var universet umiddelbart efter skabelsen umådeligt meget mindre end antaget i standard Big Bang modellen. Omkring 10^{-35} sekunder efter skabelsen blev universet "pustet op" i en meget kortvarig, men hidsig periode (inflationsæraen), hvor det i en brøkdel af et sekund forstørredes med en faktor på måske 10^{50} ! Horisontproblemet opstår ikke i inflationsmodellen, da alle områder i det meget tidlige univers efter disse forestillinger har været så tæt sammen, at de var kausalt forbundne.

Den kosmiske ekspansion beskrives ved hjælp af den generelle relativitetsteori, der som tidligere nævnt er invariant med hensyn til tidsomvending. Den faktiske irreversibilitet, som ekspansio-

nen udtrykker, minder i denne henseende om irreversibiliteten ved sorte huller. Det er da også blevet foreslået, at universets ekspansion leverer grundlaget for en forståelse af tidens retning, dvs. er en tidspil. Man kan i så fald opfatte universet selv som et ur, hvis viser er galaksernes afstande fra hinanden, og hvis visning angiver den kosmiske tid. Iflg. ideen om den kosmologiske tidspil har tiden den retning, den har, fordi universet udvider sig.

Vi har tidligere diskuteret andre muligheder for en tidspil, især i forbindelse med termodynamik og elektrodynamik. Forholdet var her et lignende, nemlig at de grundlæggende love (hhv. mekaniske og elektromagnetiske) er tidssymmetriske, mens de processer, der faktisk forekommer i naturen, kun svarer til én retning af tiden. Nogle fysikere mener, at hvis tidens retning overhovedet skal kunne gives en fysisk begrundelse, må denne findes i tilstandene i det meget tidlige univers, og den heraf afledte kosmiske ekspansion. Andre irreversible fænomener, så som entropiforøgelse og fraværet af avancerede signaler, søges så begrundet i denne ekspansion. Det kan bl.a. vises, at et ekspanderende univers ikke kan indeholde avancerede signaler, idet sådanne vil udslukke hinanden. Under de omstændigheder ekspansionen giver anledning til, vil kun almindelige retarderede signaler blive tilbage. Hvis universet derimod var statisk, ville det ikke være muligt at give en kosmologisk begrundelse for det faktiske monopol, retarderede signaler har i naturen; iflg. tankegangen ville tiden ikke kunne tilskrives nogen retning i et statisk univers.

Hvis universets ekspansion svarer til eller ligefrem begrunder tidens retning, kunne man formode, at hvis universet trækker sig sammen, vil tiden i den kontraherende fase gå baglæns. Denne formodning er dog ikke holdbar, lige så lidt som ideen om baglænstid er holdbar i systemer med aftagende entropi eller i sorte huller. Bortset fra de mere filosofiske indvendinger mod baglænstid kan det nævnes, at beregninger viser, at entropien i universet vil vokse i alle faser af dets udvikling, også under dets kontraktion.

15. Tidens begyndelse?

Astronomer og fysikere taler i dag om, at verden blev skabt for omkring 15 milliarder år siden. Hvad mener man med "skabelse" ? Er det overhovedet legitimt at tale om verdens skabelse i en absolut forstand ? Kan man sige, at tiden blev skabt sammen med the Big Bang ? Kan man meningsfyldt spørge om, hvad der var før the Big Bang ? Sådanne spørgsmål repræsenterer den yderste grænse for fysisk erkendelse, den grænse hvor fysik og filosofi smelter sammen. Nogle mener, at de også repræsenterer fysikkens arrogance over for spørgsmål, der retteligen hører til religionens område. Naturligvis kan man ikke forvente et klart, fysisk begrundet svar på spørgsmål af denne type. Nedenstående er da heller ikke et forsøg herpå, men blot nogle løse bemærkninger, der måske kan give anledning til eftertanke og videre diskussion.

Standardsvaret blandt fysikere på spørgsmålet om verdens skabelse er at selve skabelsen, tidspunktet $t=0$, er en hændelse fysikken ikke har nogen muligheder for at beskrive. Fysikkens love bryder helt sammen for tidspunkter, der ligger nærmere end 10^{-43} sek fra the Big Bang. I denne forstand er de hinsides fysisk erkendelse.

Med eller uden fysik, så er det ikke meget og slet ikke meget fornuftigt, vi kan sige om selve skabelsen af verden. I sig selv kan the Big Bang vel ikke uden videre identificeres med "altings begyndelse". Selv om man udelukker muligheden for et oscillerende univers, kan man i det mindste forestille sig, at det punktliggende univers, der måtte have eksisteret til $t=0$, også eksisterede i en slags stabil form til tidligere tider. Noget sådant indgik i den første Big Bang teori (Lemaitre, 1931), hvor man forestillede sig et superkvantum af energi, der eksploderede ved en radioaktiv proces. Hvis der var (kvante-)processer i denne præ-Big-Bang verden, er det legitimt at spørge om tiden før the Big Bang.

Men tager man Standard Big Bang modellen alvorligt, må verden til tiden $t=0$ forstås som en egentlig singularitet, d.v.s. uden nogen rumtids-udstrækning overhovedet. Den generelle relativitetsteori tvinger ubønhørligt enhver realistisk model for universet til at starte i en singularitet. En sådan singularitet kan ikke beskrives fysisk. Begrebsmæssigt kan en singularitet ikke indeholde

processer eller noget som helst andet. Da det er meningsløst at tale om tid i en verden uden processer, kan vi ikke tale om "tiden før singulariteten eksploderede". Tages relativitetsteoriens matematik alvorligt synes det således ikke legitimt at spørge om hvad der skete før the Big Bang. Det vil være den eneste hændelse i historien om hvilken vi ikke kan stille dette spørgsmål.

Hvis man opfatter the Big Bang på denne måde, d.v.s. som en absolut begyndelse, kan man heller ikke forklare hændelsen på normal videnskabelig vis, nemlig i form af en årsagslov. Vi kan ikke spørge om årsagen til the Big Bang, da en sådan ville referere til hændelser, der var før den virkning, der ønskes forklaret. Dette forhold har fået nogle filosoffer til at afvise at the Big Bang skal forstås som en absolut begyndelse. Man kunne så forklare skabelsen teleologisk, d.v.s. i stedet for at henvise til en tidligere årsag så henvise til de senere virkninger eller det formål, der formodes at være med skabelsen. Teleologiske forklaringer (f.eks.: "Verden har udviklet sig på netop den måde, der har muliggjort eksistensen af mennesker") har imidlertid en lav status i videnskaben. De anses i almindelighed for at være religiøst farvede pseudo-forklaringer.

En anden ting er at ordet "skabelse" næppe er velegnet til at beskrive den situation, de kosmologiske teorier kredser om. Når noget skabes, kræver det efter almindelig sprogbrug en skaber. Man kan spørge om hvem eller hvad skaberen er, og man kan så igen spørge efter denne skabers skaber, o.s.v. Dette er en velkendt problemstilling i den teologiske diskussion om verdens skabelse. The Big Bang er ikke nogen egentlig skabelse, da der ikke er nogen skabende årsag. Begrebet "tilblivelse" er måske bedre i denne forbindelse.

Der er faktisk enkelte fysikere, der arbejder seriøst på at give en forklaring på tilblivelsen af verden og som mener at kunne sige noget fornuftigt om verden før the Big Bang. Man har søgt at redegøre for skabelsen eller tilblivelsen af verden ud fra intet ved at henvise til s.k. kvantefluktuationer, hvor der spontant, men tilfældigt dannes partikler ud fra det tomme rum selv. Det vi kalder det tomme rum eller vacuum er i kvantefysisk forstand ikke tomt, idet der til stadighed dannes og forsvinder elementarpartikler med meget kort levetid (s.k. virtuelle partikler, se kap.

17). Det synes dog ejendommeligt at identificere en sådan massiv skabelse af partikler ud fra vacuum med skabelsen af "verden". Tomrummet er også en del af verden og vil ikke have nogen fysisk eksistens uden at der allerede er stof i verden. Man kan ikke tale om et tomrum med virtuelle processer som noget der eksisterede før eller uden for universet.

Hvis verdens tilblivelse skulle forklares efter almindelige fysiske standarder, ville det ikke blot kræve kendskab til de fysiske love, der hersker ved og umiddelbart efter the Big Bang, men også til den fysiske tilstand af singulariteten til $t=0$. Sidstnævnte skulle fungere som en begyndelses- eller grænsebetingelse, på samme måde som Galilei's faldlov kun kan forklare eller forudsige et legemes fald, hvis legemets begyndelsesbetingelser er kendte (sted og hastighed til et bestemt tidspunkt). Imidlertid er der ingen mulighed for at udpege en bestemt tilstand for en singularitet, om dette overhovedet har nogen mening.

Nogle forskere mener, at der alligevel, i det mindste i princippet, kan gives en forklaring på verdens tilblivelse og udvikling. Blot kan denne forklaring ikke være en sædvanlig årsagsforklaring, hvor der kræves kendskab til grænse- eller begyndelsesbetingelser. Iflg. en af den moderne kosmologis autoriteter ser konturerne af en sådan forklaring på rumtidens opståen ud som følger:

"Når der tages hensyn til kvantemekanikken, er der en mulighed for at singulariteten kan være "udtværet" og at rum og tid sammen kan danne en lukket, firdimensional flade uden grænser eller kanter, lige som jordens overflade, men med yderligere to dimensioner. Dette ville betyde at universet var fuldstændigt selv-konsistent (d.v.s. begrundet i sig selv; HK) og ikke krævede nogen grænsebetingelser. Man ville ikke skulle specificere tilstanden i den uendeligt fjerne fortid og der ville ikke være singulariteter for hvilke fysikkens love ville bryde sammen. Man kunne sige at universets grænsebetingelser er, at det ikke har nogen grænse.

Hvad skete der ved starten af universets udvidelse ? Havde rumtiden en "kant" eller begrænsning ved the Big Bang ? Svaret er, at hvis universets grænsebetingelser er, at det ikke har nogen grænse, så ophører tiden med at være veldefineret i det

meget tidlige univers; lige som retningen "nord" ophører med at være veldefineret ved jordens nordpol. Spørger man om, hvad der skete før the Big Bang, er det som at spørge efter et punkt, der ligger en kilometer nord for nordpolen. Den størrelse, vi måler som tiden, havde en begyndelse, men det betyder ikke at rumtiden har en "kant"; lige så lidt som jordfladen har en "kant" ved nordpolen (hvilket jeg har ladet mig fortælle, at den ikke har: jeg har aldrig selv været der). Hvis rumtiden virkelig er endelig, men uden grænser eller "kanter", vil det have vigtige filosofiske følger. Det ville betyde, at vi kunne beskrive universet ved en matematisk model, som var fuldstændigt bestemt af de videnskabelige love alene: De ville ikke behøve at blive suppleret med grænsebetingelser."

(Kilde: Stephen Hawking, "The edge of spacetime," New Scientist, 16 August 1984, 10-24).

Hvorvidt det her oprullede perspektiv om et sæt fysiske love, der alene i kraft af deres matematiske struktur er i stand til at redegøre for tidens tilblivelse, er realistisk, lader sig ikke afgøre i dag. De pågældende fysiske love er endnu ukendte. Hvordan de end kommer til at se ud, vil de kun kunne formuleres i en meget abstrakt og kompliceret matematik. Ethvert håb om at forstå rumtidens tilblivelse i en anskuelig, billedlig forstand er udelukket.

Begrebsmæssigt kan det hele synes lettere med Steady State modellen, hvor spørgsmålet om verdens og tidens tilblivelse slet ikke opstår. Men dels har Steady State modellen sine egne begrebsmæssige problemer; og dels, og mere væsentligt, synes det virkelige univers nu engang ikke at svare til denne model.

16. Tiden i kvantefysikken

I kvanteteorien indgår tiden i det væsentlige på samme måde, som det er tilfældet i klassisk mekanik. Lige som i mekanikken kan man i kvanteteorien indføre begrebet bevægelsesomvending ved at hastigheden skifter retning samtidig med at tidsparameteren skifter fortegn. Ved bevægelsesomvending skal der gælde at

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(-t) \quad \text{og} \quad \vec{v}'(t) = -\vec{v}(-t).$$

Ud fra definitionen på impuls og impulsmoment fås så straks at

$$\vec{p}'(t) = -\vec{p}(-t) \quad \text{og} \quad \vec{L}'(t) = -\vec{L}(-t).$$

Energien vil naturligvis ikke ændres ved bevægelsesomvending:

$$E'(t) = E(-t).$$

Disse relationer gælder også i kvanteteorien, selv om de involverede fysiske størrelser der fortolkes anderledes end i klassisk mekanik. En størrelse som elektronens spin er en ren kvanteteoretisk størrelse, der ikke direkte kan oversættes til klassisk mekanik. Normalt fortolkes spinnets som et indre impulsmoment, hidrørende fra elektronens rotation om sig selv, men dette impulsmoment kan ikke udtrykkes på formen $\vec{r} \times \vec{p}$ som i klassisk mekanik. Da spinnets alligevel er en slags impulsmoment, og da sådanne skifter fortegn under klassisk bevægelsesomvending, vælger man at spinnets også skal skifte fortegn.

Kvantemekanikken er speciel derved, at der er principielle bånd på målenøjagtigheden af fysiske størrelser. Disse bånd udtrykkes gennem ubestemthedsrelationerne. For sted og impuls har vi således

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar, \quad (16.1)$$

der betyder, at en samtidig bestemmelse af sted og impuls ikke kan ske vilkårligt skarpt. Tiden indgår i den ubestemthedsrelation, der skrives

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar. \quad (16.2)$$

I disse formler er benyttet forkortelsen

$$\hbar = h/2\pi.$$

Selv om energi-tids relationen formelt set er den samme som sted-impuls relationen, må den fortolkes noget anderledes. Dette skyldes at tiden indgår. Forskellen mellem (16.1) og (16.2) er allerede klar af rent begrebsmæssige grunde. Udsagnet "Man kan ikke samtidigt bestemme energien og tiden for en partikel vilkårligt skarpt" er, i modsætning til det tilsvarende udsagn for sted og impuls, meningsløst. Thi: (1). Begrebet samtidighed udelukker at tiden selv kan være samtidig med noget andet. To hændelser, f.eks. måling af en partikels sted og impuls, kan foregå til samme tidspunkt og vil så være samtidige; steder og impulser afhænger af eller forløber i tiden. Men tiden selv kan ikke måles til et bestemt tidspunkt. (2). Tiden adskiller sig fra andre fysiske størrelser ved ikke at være en egenskab, der er tilknyttet partikler eller andre fænomener. Vi kan tale om en elektrons impuls, sted eller energi, lige som en bølge kan have en vis hastighed eller amplitude. Men der er ingen mening i at sige f.eks., "elektronen har tiden 8 sekunder". Konklusionen er, at vi må finde på en anden fortolkning af energi-tids relationen. Der er i det væsentlige to fortolkninger af (16.2).

Formlen kan referere til energitilstanden af et isoleret system. I så fald skal Δt betyde et for dette system karakteristisk tidsrum, således at systemet ændres tydeligt inden for Δt . ΔE betyder så ubestemtheden i systemets energi. I denne situation vil Δt typisk være en levetid, f.eks. middellevetiden for et radioaktivt stof eller for et anslået atom (se eksemplet nedenfor). Der kan også være tale om to systemer, der vekselvirker med hinanden. En sådan vekselvirkning varer en vis tid, Δt , og (16.2) siger så, at systemernes energi vil være ubestemt med en størrelse omkring $\hbar/\Delta t$. Vekselvirkningen kan specielt være en måling, der kvante-

fysisk set består i en vekselvirkning mellem apparat (eller iagt-tager) og objekt. Hvis man vil måle et systems energi, må man på en eller anden måde lade systemet vekselvirke med apparatet. Hvis målingen tager lang tid (Δt stor) kan energien bestemmes meget præcist (ΔE lille), ellers ikke. Man kan ikke både bestemme energien hurtigt og præcist.

Ubestemthedsrelationen viser at for atomer, der befinder sig i anslåede tilstande, er energien ikke præcist bestemt. Dette resultat er i modsætning til Bohr's kvanteteori:

En elektron, der f.eks. befinder sig i $n=2$ har en vis levetid før den går over til grundtilstanden $n=1$. Levetiden er en statistisk størrelse, idet det ikke er muligt at vide hvornår et enkelt atom vil undergå en forandring. Hvis middellevetiden er Δt , typisk 10^{-8} sek., er den anslåede tilstands energi ikke bestemt mere præcist end $\hbar/\Delta t$. Energien og frekvensen af det udsendte lys vil derfor være ubestemt med størrelsen

$$\Delta(h \cdot f) = h\Delta f \gtrsim \Delta E$$

$$\text{dvs. } \Delta f \gtrsim 1/\Delta t.$$

$1/\Delta t$ er den s.k. naturlige linjebredde, ca. 10^8 Hz. Selv under optimale eksperimentelle omstændigheder vil spektrallinjen ikke blive mindre udtværet end dette (i praksis vil linjebredden være meget større, da der også er andre faktorer, der udtværer linjen). Da grundtilstanden er stabil ($\Delta t = \infty$) vil energien for denne tilstand, og kun herfor, være skarp ($\Delta E = 0$).

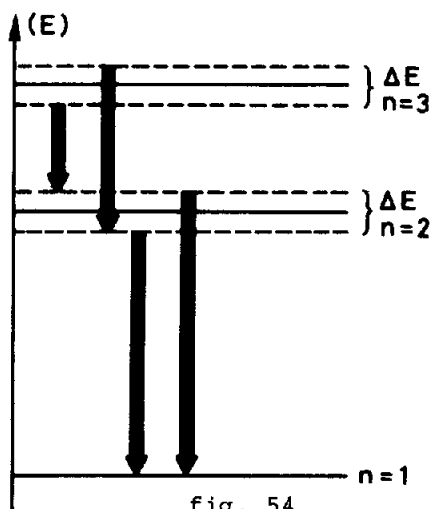


fig. 54

Vi skal til sidst, af hensyn til næste afsnit, nævne det s.k. PCT teorem. Der er i fysikken tre typer af fundamentale spejlingsoperationer over for hvilke naturlovene er invariante, d.v.s. at naturprocesserne forløber ens uanset om de spejles eller ej. Den rumlige spejling (i koordinatsystemets 0-punkt) kaldes paritet og tilordnes i kvantemekanikken en paritetsoperator, P . Det er umiddelbart klart at ved en paritetsomvending (spejling) transformerer stedvektoren $\vec{r}$ til $-\vec{r}$, mens

$$\vec{p}' = -\vec{p} , \quad \vec{L}' = \vec{L} , \quad E' = E \quad \text{og} \quad q' = q.$$

Disse transformationer får normalt ingen indflydelse på naturprocesserne, der siges at være symmetriske m.h.t. paritetsomvending. Det har dog vist sig at visse svage vekselvirkninger (som i beta-radioaktivitet) ikke er paritets-invariante, d.v.s. at de er i stand til at "skelne mellem højre og venstre".

Den anden vigtige spejling kaldes ladningskonjugation (C). Den hentyder til det forhold at elektrodynamikken ikke skelner mellem om de elektriske ladninger er positive eller negative. Hvis en proces kan foregå med negative partikler, kan den også foregå med positive partikler. Operatoren for ladnings-"spejling", C, skifter fortegn på alle ladninger, $q' = -q$. Man kan kombinere de to spejlinger ved først at foretage en paritetsomvending (f.eks. $P\vec{r} = -\vec{r}$) og lade den herved fremkomne tilstand skifte ladning ($CP\vec{r} = C(-\vec{r}) = -\vec{r}$). Denne operation kaldes en CP spejling; eller en PC spejling, idet rækkefølgen er ligegyldig. Ved CP spejling fås transformationerne

$$\vec{r}' = -\vec{r} , \quad \vec{p}' = -\vec{p} , \quad E' = E , \quad \vec{L}' = \vec{L} , \quad q' = -q.$$

Den tredje fundamentale spejling er tidsomvending (T), i betydningen bevægelsesomvending. Ved at bevægelsesomvende en tilstand, der er fremkommet ved CP spejling, fås en CPT spejling. Denne samlede spejlingsoperation har en fundamental status i moderne fysik, idet CPT invarians er en nødvendig følge af kvantemekanikken og relativitetsteorien. Med CPT invarians, eller CPT symmetri, menes at enhver tilstand (proces, fysisk størrelse) er den samme som den tilstand, der fremkommer ved at den CPT spejles. Hvis en proces ikke viser denne egenskab, taler man om CPT brud, eller tilsvarende CP brud o.s.v. Hvis der var processer, der brød CPT symmetrien, ville hele grundlaget for fysikken smuldre. CPT teoremet, som kravet om CPT invarians også kaldes, medfører at de fysiske egenskaber for antipartikler (f.eks. deres levetid) er præcis de samme som partiklernes egenskaber. Dette er eftervist med stor nøjagtighed.

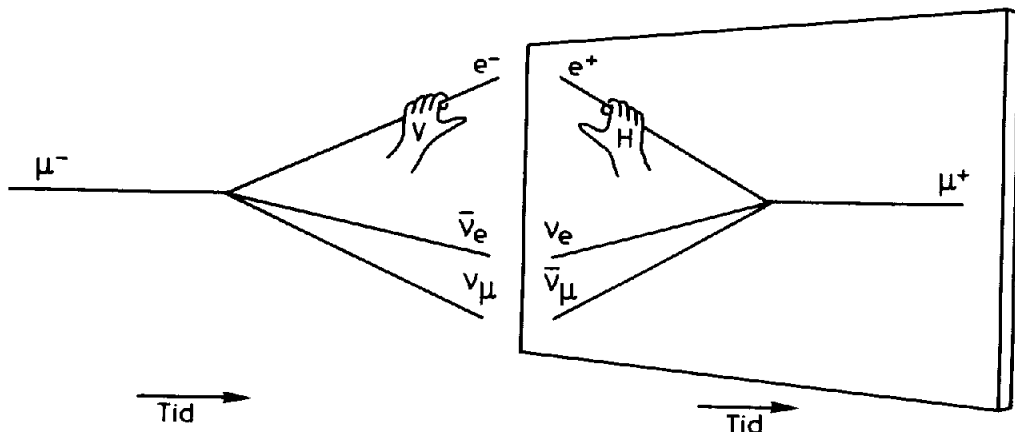
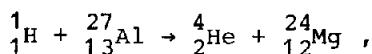


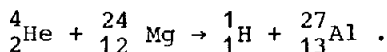
Fig. 55

CPT invarians ved myonens henfald: Den "venstredrejede" elektron spejles i en "højredrejede" (P), og partiklerne i processen til venstre omdannes til deres antipartikler (CP); samtidig ændres bevægelsesretningen så begyndelsestilstanden bliver til en sluttilstand, og omvendt. Iflg. CPT teoremet er den CPT spejlede proces (til højre) ikke til at skelne fra den oprindelige proces til venstre.

CPT teoremets interesse med hensyn til tiden er knyttet til T leddet. CPT symmetrien er skruet sådan sammen, at hvis der er CP brud i nogle processer, og hvis CPT invariansen gælder universelt, så vil der også være brud på T symmetrien. I så fald ville disse processer forløbe forskelligt i forlænstid og baglænstid og vi ville have processer på elementarpartikelniveau, der kunne skelne mellem tidens mulige retninger. Tidssymmetrien er indirekte blevet bekræftet ved mange eksperimenter, hvor man har studeret processer af typen $A + B \rightarrow C + D$ og deres bevægelsesomvendte processer $C + D \rightarrow A + B$. Eksempelvis har man målt hastigheden (virkningstværsnittet) for kerneprocessen



og fundet at den er den samme som for



Mere spekulativt kan vi illustrere spejlingssymmetrierne ved at forestille os en fjern galakse, hvor en eller flere af symmetrierne var brudt, d.v.s. hvor processerne var vendt om i forhold til vore med hensyn til C, P og T. Hvis det kun var pariteten, der var vendt om, kunne vi afgøre dette ved at bede en fysiker på galaksen om at foretage bestemte eksperimenter med betahenfald og meddele os resultatet heraf. Det ville da vise sig, at han ikke fik samme resultater som os, svarende til at pariteten ikke er invariant for disse processer. Men hvis alle processer i galaksen var CPT omvendte, ville ethvert eksperiment give samme resultat som her og vi ville ikke kunne afgøre om der var nogen forskel mellem fysikken i den fjerne galakse og vores egen. Man kunne måske rejse hen til galaksen, men det ville være et voveligt foretagende: da den CPT omvendte galakse ville bestå af antistof, ville et rumskib fra vor galakse gå under i en vældig eksplosion på grund af annihilationen mellem stof og antistof.

Vi har iøvrigt her set bort fra de principielle vanskeligheder ved overhovedet at kommunikere med en tidsomvendt galakse. For det første kan vi ikke se galaksen, da alt lys og radiostråling fra den vil være rettet mod galaksen i stedet for at udstråle fra den. For det andet, hvis vi skulle have held til at meddele os til en tidsomvendt fysiker, ville han straks glemme vores meddelelse. Det, vi meddeler, hører til vores fortid og er derfor tilgængeligt for vores hukommelse. Men for den tidsomvendte fysiker vil meddelelsen, i det øjeblik den modtages, fjerne sig ud i fremtiden og vil som sådan slet ikke kunne indgå i hans hukommelse! Det samme gælder selvfølgelig for eventuelle meddelelser den tidsomvendte fysiker måtte sende til os.

17. Elementarpartiklernes verden

Som nævnt i forrige afsnit indebærer CPT teoremet, at hvis der er processer, som ikke er invariante under CP ombytning, så vil de heller ikke være det under tidsombytning. Indtil 1964 var alle observerede processer mellem elementarpartikler i overensstemmelse med CP symmetri, men dette år viste eksperimenter med K mesoner tegn på brud med CP symmetrien.

K mesonen eksisterer i tre ladningstilstande, K^+ , K^- og K^0 , hvor den positive og negative meson er hinandens antipartikler. K^0 mesonen findes på to forskellige former, idet den kan dannes enten som K^0 eller $\bar{K}^0$, der er hinandens antipartikler (bemærk at neutrale partikler godt kan have antipartikler). Når neutrale K mesoner henfalder, sker det som om K^0 og $\bar{K}^0$ var "blandede". Blandingstilstandene kaldes K_1^0 og K_2^0 , svarende til de observerede henfald

$$\begin{array}{ll} K_1^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- & \text{eller} \quad K_1^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 \\ K_2^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 & \text{eller} \quad K_2^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 \end{array}$$

Det kan vises, at hvis CP invarians er gyldig, kan K_2^0 umuligt henfalde til to pioner. Imidlertid blev det i 1964 vist, at i enkelte tilfælde har man faktisk henfaldet

$$K_2^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+ .$$

Ved mange senere eksperimenter er det blevet bekræftet at K_2^0 kan henfalde til to pioner, i modstrid med CP invarians.

I dag er det almindeligt accepteret at K^0 mesoners henfald bryder CP invariansen, omend det er den eneste proces for hvilket dette er iagttaget. Hvis man fastholder den universelle CPT invarians (hvilket der er meget tungtvejende grunde til) betyder dette at T invariansen også er brudt, d.v.s. at K^0 henfaldet er forskelligt alt efter om t erstattes med $-t$ eller ej. Der er lavet mange eksperimenter for direkte at teste T invariansen, men disse har enten bekræftet tidens symmetri eller også har de været for usikre til at drage konklusioner fra. Der er nogen usikkerhed om

hvorledes man skal tolke den asymmetri i tidsretningen, som K^0 processerne synes at vise, og om hvor stor betydning de har. Fysikere vil helst opretholde T invariansen, men ikke på bekostning af den endnu mere fundamentale CPT invarians. Selv om K^0 henfaldet kan skelne mellem tidens retninger, er det ikke nogen god tidspil. K^0 mesoner er eksotiske partikler, der ikke findes i almindeligt stof, og de henfalder hurtigt. Hvorfor netop disse partikler, og ingen andre, viser en tidsmæssig asymmetri, er lidt af en gåde.

Tidsomvendning har hidtil betydet bevægelsesomvendning. Vi har tidligere understreget, at dette begreb er forskelligt fra "bevægelse tilbage i tiden". Tidsomvendning i sidstnævnte forstand er et langt mere radikalt begreb end bevægelsesomvendning. Alligevel optræder den slags baglænstid i fysiske teorier, nemlig i en fortolkning af annihilation og pardannelse, som især er blevet fremført af den amerikanske fysiker Feynman.

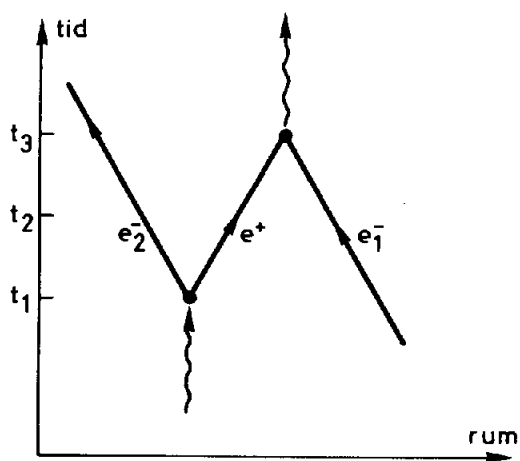


Fig. 56

En foton med tilstrækkelig stor energi kan som bekendt omdannes til et partikel/antipartikel par. Dette er især kendt ved elektron/positron pardannelse, hvor den kritiske fotonenergi er 1.02 MeV. Hvis positronen rammer en almindelig elektron, vil den modsatte proces ske, de to partikler annihilerer under udsendelse af en foton (se fig.56). I dette billede bevæger alle partiklerne sig naturligvis fremad i tiden.

Positronen og elektronen e_1 er uafhængige partikler, der blot tilfældigvis rammer hinanden til $t=t_3$. Alle partiklerne har positiv energi, sådan som alle virkelige partikler må have.

For at undgå visse problemer i teorien for positronen er det blevet foreslået at omfortolke processerne sådan som antydnet på næste figur. Dette diagram læses: En elektron bevæger sig (fra P til Q) og udsender til t_3 en foton, hvorved elektronen skifter fortegn på energien (fra mc^2 til $-mc^2$) samtidig med at den bevæger sig tilbage i tiden (fra Q til R). Denne elektron rammes

til t_1 (før t_3 !) af en foton, hvorved den igen skifter til positiv energi og bevæger sig normalt fremad i tiden.

Pointen i denne fortolkning er at positronen overhovedet ikke indgår som en særskilt partikel, men blot som en elektron med negativ energi, der løber baglæns i tiden. Desuden kan fortolkningen

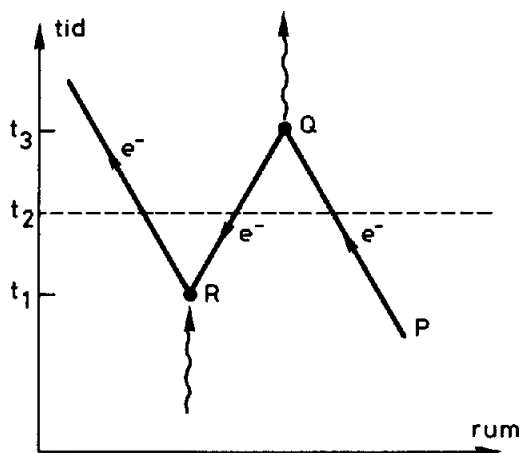


Fig. 57

og den herpå baserede teori redegøre for alle de fænomener som standardfortolkningen kan redegøre for. Formelt set er tolkningen god nok, men har den også et acceptabelt fysisk indhold? Er der virkelig tale om at positroner (og andre antipartikler) bevæger sig tilbage i tiden, således at tidsrejser finder sted i elementarpartiklernes mikroverden? Tidligere fremførte indvendinger mod tidsrejser o.l. synes at tilbagevise dette. Imod en realistisk fortolkning kan bl.a. indvendes:

I. Den samme elektron ville befinde sig tre forskellige steder i rummet til samme tidspunkt (t_2)!

II. Kun "elektronens tid" vendes, ikke omgivelsernes. Men en partikel kan ikke have sin egen tid, på samme måde som den kan have sin egen ladning eller masse.

III. Det er en ren konvention at vi kalder positronen en antipartikel, elektronen en partikel. Vi kunne lige så godt kalde elektronen en antipartikel til positronen. Hvis bevægelse tilbage i tiden er knyttet til netop antipartikler, skulle vi lige så godt kunne sige at alle partikler, f.eks. elektroner, går tilbage i tiden, mens antipartikler går fremad.

Det må konkluderes at antipartiklerne ikke repræsenterer virkelige eksempler på baglænstid, men at denne fortolkning kun har formel gyldighed. I denne henseende minder det om forholdene omkring

sorte huller, hvori baglænstid også optræder formelt (jvf. kap. 13).

Vi har tidligere nævnt at det tomme rum i kvantefysisk forstand ikke er tomt, men i en vis forstand må opfattes som en særdeles levende "suppe" af meget kortlevende, s.k. virtuelle processer. At partikler eller processer er virtuelle, i modsætning til reelle, betyder at de kun eksisterer i så korte tidsrum, at de ikke direkte kan påvises eksperimentelt.

Virtuelle processer kan forstås ved hjælp af energi-tids ubestemthedsrelationerne. Hvis vi f.eks. har en fri proton, kan den iflg. loven om energibevarelse ikke afgive energi i form af f.eks. pioner. Men i et meget kort tidsinterval er protonens energi kun bestemt inden for $\Delta E \approx \hbar/\Delta t$, således at hvis Δt er lille nok vil protonen kunne afgive og modtage en neutral pion, d.v.s.

$$p^+ \rightleftharpoons p^+ + \pi^0$$

uden at energisætningen brydes. Tilsvarende vil to nukleoner kunne vekselvirke ved at udveksle virtuelle pioner, f.eks.

$$p^+ \rightleftharpoons n^0 + \pi^+, \quad p^+ + \pi^- \rightleftharpoons n^0, \quad n^0 \rightleftharpoons n^0 + \pi^0,$$

hvis blot det sker inden for ca. 10^{-23} sekunder. Det er denne type udvekslinger man må forestille sig foregå i atomkerner.

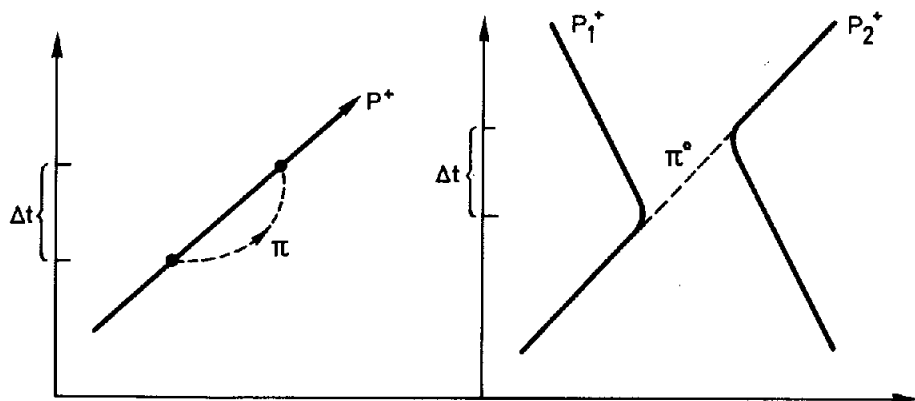


Fig. 58

De virtuelle processer virker formelt som om ubestemthedsrelationen i et kort tidsrum sætter energibevarelsen ud af kraft. I vacuum kan virtuelle partikler og antipartikler skabes tilsvarende; man må forestille sig, at der i det fysiske vacuum faktisk sker et virvar af sådanne skabelses/annihilationsprocesser i meget korte tidsrum.

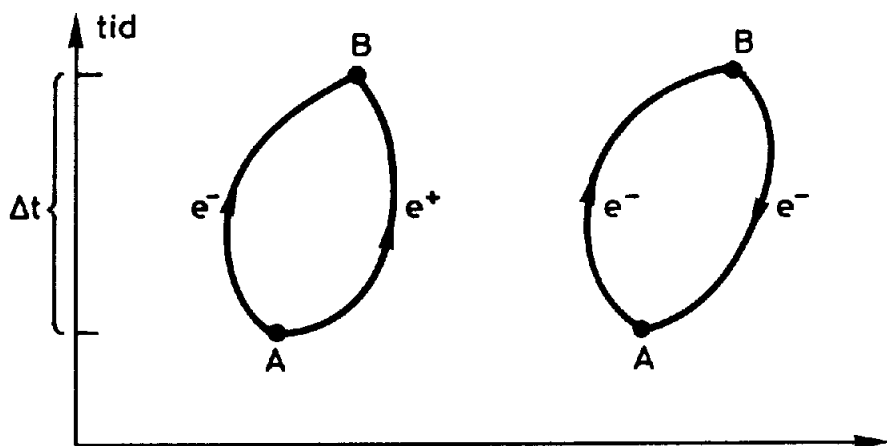


Fig.59

I A (fig.59) kan f.eks. skabes en elektron og en positron, der straks igen forsvinder i B. For at dette kan ske, må

$$\Delta t \approx \hbar / 2m_e c^2$$

Svarende til Feynmans fortolkning af positronen kan vacuum processen også tolkes som en elektron, der skabes i A med energien mc^2 for så i B at afgive energien $2mc^2$ og med negativ energi bevæger sig baglæns i tiden tilbage i A.

For at virtuelle vacuumprocesser skal kunne foregå, må rummet være gennemtrængt af felter (hvilket adskiller det fysiske vacuum fra det absolutte intet). I yderst stærke gravitationsfelter, f.eks. omkring et sort hul, kan gravitationen være stærk nok til ikke blot at skabe virtuelle partikelpar, men også at adskille disse og på denne måde gøre de virtuelle partikler virkelige, d.v.s. direkte påviselige.

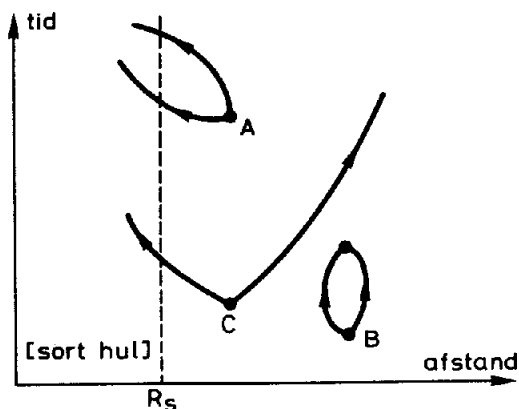


Fig. 60

Ved randen af et sort hul vil nogle af de virtuelt skabte partikelpar blot annihilere igen (B). Andre vil suges ind i det sorte hul (A). Men for nogle vil kun den ene partikel opsuges af det sorte hul (C), og dens ledsager kan helt undslippe hullet. Ledsageren vil nu ikke længere have nogen partikel at annihilere med og vil fremtræde som en virkelig partikel, der udsendes fra hullet. Processer af denne type (s.k. Hawkings processer) finder formodentligt sted i stort antal ved sorte huller. Disse vil da virke som stærke kilder for en strøm af partikler og antipartikler, der så at sige bliver suget ud af det tomme rum. Alternativt kan processen opfattes som om at en partikel bliver udsendt fra det sorte hul baglæns i tiden og uden for Schwarzschild randen omdannes til en almindelig partikel, der forlæns i tiden forsvinder væk fra hullet.

Ud over dannelse af partikler uden for det sorte huls rand viser beregninger at også partikler inden for randen kan undslippe under visse omstændigheder, nemlig når hullet er lille. Umiddelbart synes det i modstrid med relativitetsteorien at partikler kan gennembryde hændeshorisonten (jvf. kap.13). Der er tale om en slags gravitationel tunneleffekt, hvor kvantemekanikken muliggør en passage af Schwarzschild randen uden at dette bryder med relativitetsteorien. Dette skal forstås i analogi med almindelig tunneleffekt, hvor f.eks. alfapartikler kan undslippe atomkernens tiltrækkende kernekræfter med en energi, der tilsyneladende er i

modstrid med energisætningen. De partikler, der på denne måde udsendes fra sorte hulle, er dog hovedsageligt fotoner. Kun yderst små sorte huller vil kunne udsende andre partikler via gravitationel tunneleffekt.

Vi skal til slut nævne et eksotisk område fra den mere spekulativt prægede fysik, der tilsyneladende vender op og ned på tidsbegrebet. Som vi tidligere har set, er vores fysiske tidsbegreb baseret på relativitetsteoriens idé om lyshastigheden som den øverste, konstante værdi nogen partikelhastighed kan antage. Hvad nu hvis det viste sig, at der alligevel fandtes partikler med overlyshastighed? Det kan vises, at den specielle relativitetsteori ikke nødvendigvis udelukker sådanne partikler. Da de derfor i en vis forstand er tilladte, har fysikere studeret disse overlyspartikler, kaldet tachyoner, og man har søgt efter dem i naturen. Tachyoner er hypotetiske partikler, idet de aldrig er påvist. Indtil videre eksisterer de kun i fysikernes hjerner.

Iflg. relativitetsteorien vokser en partikels masse med hastigheden efter

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

hvor m_0 er hvilemassen. Man kunne derfor mene at $v > c$ var udelukket, idet massen så bliver udtrykt ved kvadratroden af et negativt tal, d.v.s. bliver imaginær (hvilket betyder, at den ikke er målelig). Formlen gælder imidlertid kun for partikler, der overhovedet har en hvilemasse, d.v.s. kan bringes til hvile; den medfører at sådanne partikler ikke kan accelereres op til eller over c . Men vi ved jo, at der findes fotoner og at disse bevæger sig med lyshastighed i ethvert system. Tilsvarende udelukker formlen ikke at partikler kan have overlyshastighed, hvis blot hastigheden altid er større end lysets. Kun hvis lysbarrieren brydes er det i klar modstrid med relativitetsteorien. Man forestiller sig derfor at tachyoner befolker en verden over lyshastigheden, der så at sige er adskilt fra vores verden af lysbarrieren. På denne måde kan man skelne mellem tre slags partikler:

Partikler med $0 < v < c$, d.v.s. almindelige partikler med positiv hvilemasse (nogle gange kaldet "tardyoner").

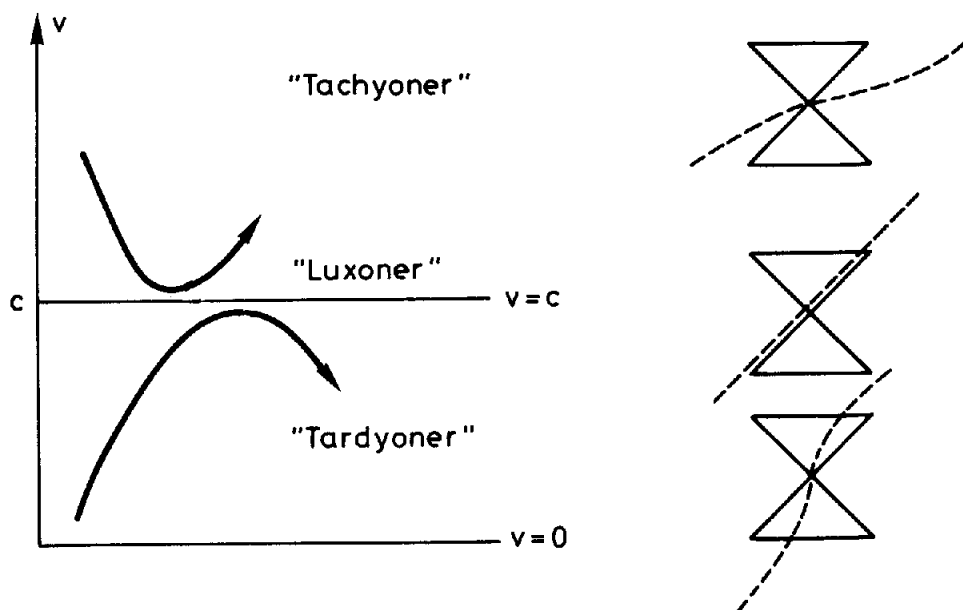


Fig. 61

Partikler med $v=c$, der har masse nul (nogle gange kaldet "luxoner"; eksempler er fotoner og neutrinoer).

Partikler med $c < v < \infty$, der tilskrives imaginær hvilemasse ("tachyoner").

Selv om man altså aldrig har mødt en tachyon eller sporet dens virkninger (hvilket man skulle kunne), kender man deres egenskaber ret godt. Disse egenskaber er meget mærkelige, sådan som man kan forvente af en partikel hvor kvadratet på dens masse er negativ. F.eks. bevæger tachyonen sig hurtigere, jo mere energi den mister, og omvendt!

Da $v > c$ vil tachyonens verdenslinje altid ligge uden for lyskeglen. Vi har tidligere set at verdenslinjens forhold til lyskeglen betinger hvorvidt hændelser kan være kausalt forbundne. Med tachyoner kan en hændelse i begyndelsespunktet godt være kausalt, forbundet med en hændelse uden for lyskeglen. Vi har også set at relativitetsteorien kun tillader omvendning af tidsfølger for hændelser, der ikke er kausalt forbundne. Hvorledes ser dette forhold ud, hvis der findes tachyoner?

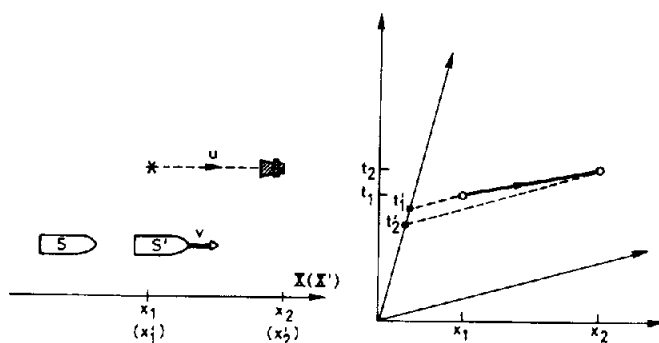


Fig. 62

Lad os betragte en tachyon, der i forhold til inertialsystemet S udsendes fra x_1 til t_1 og modtages i x_2 til t_2 . Tachyonen bevæger sig med hastigheden

$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} > c ,$$

og modtagelsestidspunktet er naturligvis senere end udsendelsestidspunktet: $t_2 - t_1 > 0$. I forhold til et andet system S' , der bevæger sig med den jævne hastighed v i forhold til S ($v < c$), vil de registrerede tider være ændret som følge af tidsdilatationen:

$$t'_1 = \gamma(t_1 - vx_1/c^2)$$

og

$$t'_2 = \gamma(t_2 - vx_2/c^2).$$

Iagttageren i S' vil derfor registrere et tidsrum på

$$\begin{aligned} t'_2 - t'_1 &= \gamma(t_2 - t_1 - v/c^2(x_2 - x_1)) \\ &= \gamma(t_2 - t_1)(1 - vu/c^2). \end{aligned}$$

Hvis $uv > c^2$, hvilket jo godt kan være tilfældet for tachyoner, vil t'_1 være større end t'_2 . Iagttageren i S' vil derfor konkludere at partiklen først modtages og først nogen tid senere afsendes! Det synes absurd. Hvordan kan man dog modtage et signal før det overhovedet er afsendt ?!

Eksemplet kunne bruges til at afvise tachyoner som nonsens. Men faktisk er det muligt at omgå konklusionen og vise at hvis tachyoner udstyres med passende egenskaber, i overensstemmelse med relativitetsteorien, så føres man ikke til den slags absurditeter. Vi skal ikke bevæge os videre ind i tachyonernes forunderlige verden som måske ikke har ret meget at gøre med den virkelige verden. Den er såmænd forunderlig nok.

Litteratur

Der findes en omfattende international litteratur om tidsbegrebet, der behandler emnet filosofisk og i fagvidenskabelige sammenhænge. En stor del af den mere specialiserede litteratur findes i form af tidsskriftartikler.

Den dansksprogede litteratur er meget begrænset, men der kan henvises til følgende titler:

- 1.H.Rørbech, "Om tidsbegrebet", s. 2 - 14 i U.Juul-Jensen, H.Kragh og H.Rørbech, Fysik i idéhistorisk belysning, København 1978.
- 2.P.Lübbcke, Tidsbegrebet, København 1981.
- 3.J.Faye, Et naturfilosofisk essay om tid og kausalitet, København 1981.
- 4.S.Kiselberg og J.Glebe-Møller (udg.), Tidens problem, København 1982.
- 5.Philosophia, Tidsskrift for Filosofi, årgang 11, nr 1/2, 1983; artikler af J.Faye, M. Wegener og P.Øhrstrøm.
- 6.Tiden - den 4. dimension, katalog for udstilling på Louisiana, 27 april til 16 juni, 1985.

Den engelsksprogede litteratur omfatter bl.a. følgende bøger:

7. H.Reichenbach, The direction of time, Berkeley 1956.
8. R. Schlegel, Time and the physical world, New York 1961.
9. G.J.Whitrow, What is time ? London 1972.
10. G.J.Whitrow, The natural philosophy of time, London 1961.
11. R.M.Gale (udg.), The philosophy of time, Harmondsworth 1968.
12. S.A.Goudsmit og R.Claiborne, Time, New York 1970.
13. P.J.Zwart, About time, Amsterdam 1976.
14. P.C.W.Davies, The physics of time asymmetry, Berkeley 1974.
15. J.T.Fraser, The genesis and evolution of time, London 1982.
16. M.Shallis, On time, Harmondsworth 1983.

Blandt tysksproget litteratur kan især fremhæves

17. P.Mittelstaedt, Der Zeitbegriff in der Physik, Mannheim 1980.

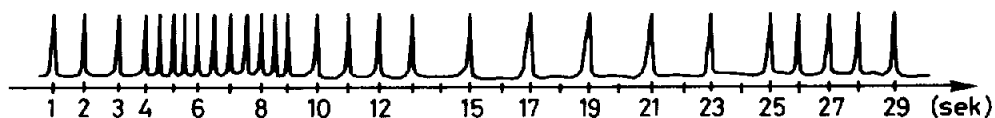
Øvelser

Tallet eller tallene i parentesens under opgavens nummer angiver det eller de kapitler, opgaven knytter sig til.

1. Den 11 november 1572 observerede Tycho Brahe i stjernebille-
(2) det Cassiopeia en klart lysende stjerne, der ikke tidligere havde været der. Stjernen, stella nova, forsvandt igen efter ca. et år. Det, Tycho så, var en eksploderende stjerne, en af de sjældne supernovaer.

Afstanden fra jorden til Tychos stjerne var ca. $1.9 \cdot 10^{15}$ km.
Hvornår skete eksplosionen ?

2. I et tidsrum varierer dronningens pulsslag, målt med et al-
(3) mindeligt ur, således:



Dronningens pulsslag benyttes som standardur (tidsskala t_d), som nævnt i kapitel 3.

2.a. Lad en ideel fjeder i almindelig tid have en svingnings-
tid på 16 sekunder, d.v.s. bevæge sig efter $x = x_m \sin(\frac{\pi}{8}t)$.
Hvorledes vil fjederen bevæge sig i t_d tid ? Skitser kurven
 $x = f(t_d)$.

2.b. I t tid gælder Hookes lov, $m(d^2x/dt^2) = -kx$.
Vil Hookes lov også gælde i t_d tid ?

3. Hvordan ser kastebevægelsen (skrå kast) ud ved bevægelsesom-
(4) vinding ?

Vis, ved at gå over til T tid, at banekurven for det bevægelsesomvendte kast er den samme som for det oprindelige kast.

4. Almindelig, borgerlig tidsregning er baseret på jordens rota-
(3) tion, idet omløbstiden kaldes et døgn. Denne er p.t. 24 timer i astronomisk tid (bemærk at et døgn ikke pr. def. er 24 timer). Igennem sin historie er jorden gradvist blevet bremset

i sin rotation, især p.g. af tidevandseffekter. Geologiske vidnesbyrd og fysiske beregninger tyder på at rotationstiden er aftaget med ca. $5,4 \cdot 10^{-9}$ timer/år igennem mindst en halv milliard år.

4.a. Hvor mange timer gik der på et døgn i jordens urtid, for 600 mio. år siden, da det første liv udvikledes ?

4.b. Hvis opbremsningen fortsætter, hvornår vil der så gå 48 timer på et døgn ?

5. Vis formel (4.2).
(4)

6. Ved en vilkårlig tidstransformation $\theta = \theta(t)$ vil Newtons (4) anden lov omformes til en bevægelsesligning, der i tidsmålet θ kan udtrykkes

$$m \frac{d^2 x}{d\theta^2} = \left(\frac{dt}{d\theta} \right)^2 (F - m \frac{d^2 \theta}{dt^2} \frac{dx}{d\theta}).$$

6.a. Vis dette.

6.b. Vis at "kraften" $m(d^2 x/d\theta^2)$ ikke er nul, når $F = 0$.

7. Hvis tidsmålet θ er givet ved $\theta = \ln t$ og $F = 0$, hvordan (4) bevæger partiklen sig så i θ tid ?

8. Tilstandsændringer er reversible processer.

(5) 8.a. Beregn ΔS når 1 mol is smelter ved 0°C og 1 atm.

8.b. Beregn ΔS når 1 mol vand fordamper ved 100°C og 1 atm.

9. For ideale gasser gælder
(5)

$$S = \frac{3}{2} \cdot R \cdot \ln M + 109 \quad (\text{J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}),$$

hvor S er entropien pr.mol og M er molmassen. Som bekendt foregår processen $2\text{H} \rightarrow \text{H}_2$ spontant ved stuetemperatur.

9.a. Beregn ΔS ved denne proces.

9.b. Er resultatet i modstrid med entropiloven ?

10. Vis at man ud fra Lorentzforkortelsen kan udlede tidsforlængelsen.
(8)

Vis omvendt at man ud fra tidsforlængelsen kan udlede Lorentzforkortelsen.

(Man kan f.eks. betragte en stang med hvilelængde L , der er forsynet med to fastboltede og indbyrdes synkroniserede ure i endepunkterne, og lade en iagttager bevæge sig med konstant hastighed langs stangen).

11. To hændelser, A og B, er adskilt i rumtiden således at de er (9,10) kausalt forbundet. Vis at der findes et henførelsessystem i hvilket A og B befinder sig samme sted i rummet (har samme X-koordinat). Illustrér situationen med et rumtidsdiagram.

12. En tidlig kosmologisk model, kaldet Milne modellen, var karakteriseret ved en jævn ekspansion af universet, givet ved $R(t) = ct$.

12.a. Vis at for Milne modellen bliver universets alder lig med Hubble tiden.

12.b. For alle andre Big Bang modeller gælder at ekspansionshastigheden har aftaget med tiden fra $t = 0$ til i dag. Vis at for disse modeller vil universets alder altid være mindre end Hubble tiden.

13. To tvillinger tager på deres 20 års fødselsdag afsked med hinanden. T_1 bliver på jorden, mens T_2 tager på en tur i rummet med en raket, der bevæger sig i en stor cirkelformet bevægelse, fra jorden og tilbage til jorden. Når T_2 vender tilbage til T_1 har denne 30 års fødselsdag, mens T_2 netop fylder 21 år. Der kan ses bort fra raketten acceleration ved start og landing, idet disse processer regnes for meget kortvarige.

13.a. Hvor hurtigt flyver raketten ? (Det antages at der er tale om en jævn cirkelbevægelse).

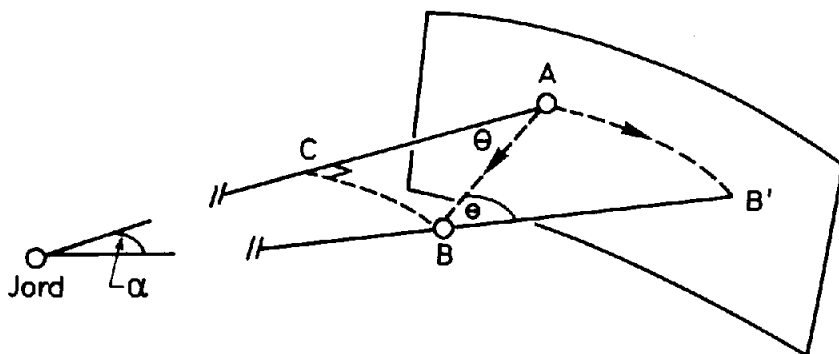
13.b. Hvormange lysår væk kommer raketten ?

13.c. Indtegn rejsen i et tredimensionalt rumtidsdiagram (x, y, ct) .

14. Vis at egentiden $\Delta\tau$ er Lorentzinvariant.

(9,10)

15. Vis at bevægelsesomvending er et specialtilfælde af den almindelige tidstransformation $\Theta = f(t)$, idet den svarer til funktionen $\Theta = -t$.
16. I et krystal er der N gitterpunkter. I hvert af punkterne sidder der et molekyle, der kan anbringes på to måder uafhængigt af de andre molekylers position. Der er således 2^N muligheder for krystallets struktur.
Beregn krystallets molære entropi, idet N er Avogadros tal.
17. En byge af elementarpartikler bevæger sig i middel 700 m før de henfalder. Hvis den relativistiske tidsforlængelse ikke fandtes, ville de kun bevæge sig 7,8 m.
- 17.a. Hvor hurtigt bevæger partiklerne sig ?
17.b. Hvad er deres middellevetid (i egentid) ?
17.c. Hvilke elementarpartikler kan der være tale om ?
18. Enkelte elementarpartikler (fotonen, neutrinoen) er masseløse og bevæger sig (derfor) med hastigheden c . Disse elementarpartikler er desuden stabile, d.v.s. har en uendelig lang levetid.
- Vis at stabiliteten af masseløse partikler er en konsekvens af relativitetsteorien.
19. Himmellegerer der tilsyneladende bevæger sig med overlyshastighed.
(8,9,10) tighed.



Astronomer har studeret fjerne radiokilder, hvis dele synes at fjerne sig fra hinanden med overlyshastighed. F.eks. kan

en radiokilde bestå af to dele i hastig flugt fra hinanden. Vi kan kun iagttage den del af bevægelsen, der er på tværs af synslinjen. Hvis kilden bevæger sig bort fra A langs linjen AB vil den synes at bevæge sig langs CB (eller AB'), idet bevægelsen ses projiceret på himmelkuglen. Vinkelhastigheden $\omega = \Delta\alpha/\Delta t$ kan iagttages og må hænge sammen med tværhastigheden v_T langs CB via

$$v_T = \omega R,$$

hvor R er afstanden fra jorden til kilden. For radiokilden, der betegnes 3C273, er afstanden ca. 2 milliarder lysår og den observerede vinkelhastighed er $4 \cdot 10^{-9}$ rad/år (bemærk den utrolige målenøjagtighed!).

19.a. Find v_T i m/sek og sammenlign v_T med c.

Hvis v_T virkelig var større end c, ville det være i modstrid med relativitetsteorien. En mulig forklaring er som følger: Hvis radiokilden bevæger sig fra A til B, vil de signaler, der udsendes i A og i B, nå jorden til forskellig tid, idet A og B har forskellig afstand til jorden. Lad radiokilden bevæge sig jævnt fra A til B med hastigheden v således at $AB = vt$. Vinklen mellem AC og AB kaldes θ .

19.b. Idet der henvises til figuren skal man vise at de radiosignaler, der udsendes i A og B vil nå jorden med en tidsforskel på

$$\Delta t = |t_A - t_B| = t(1 - \frac{v}{c} \cos\theta).$$

Idet $\omega = \Delta\alpha/\Delta t$ og $CB = \Delta\alpha R$ og $v_T = \omega R$ fås herved at

$$v_T = \frac{v \sin\theta}{1 - \frac{v}{c} \cos\theta}$$

19.c. Vis dette.

19.d. Vis at v_T bliver maximal for $\cos\theta = v/c$.

19.e. Find den maksimale værdi for v_T , udtrykt ved v, og lav en graf over $v_{T,max} = f(v)$.

Pointen i ovenstående analyse er at v_T godt kan blive meget større end c , selv om den virkelige hastighed v er mindre end c .

19.f. Hvor stor virkelig hastighed (v) må 3C273 mindst have haft for at den "observerede" tværhastighed i 19.a passer ?

Opgave 19 er lavet på grundlag af Jan Teuber, "Ekstragalaktiske radiokilder og overlydshastigheder", Astronomisk Tidskrift, 10 (1977), 108-111. Der henvises til denne artikel samt til Teubers tilsvarende artikel i Gamma, nr. 55 (1984), for yderligere oplysninger.

20. Stjernesystemet Sirius er en dobbeltstjerne, bestående af den (13) lysstærke Sirius A og den yderst lyssvage hvide dværg Sirius B. Massen af Sirius A er 2,14 solmasser, af Sirius B 1,05 solmasser.

20.a. Lyset fra Sirius B viser et rødsift på $\Delta f/f = 7 \cdot 10^{-4}$. Find massefylden af Sirius B, idet det antages at det observerede rødsift er rent gravitationelt.

20.b. Find Schwarzschild radien for det sorte hul, der dannes, hvis Sirius B kolliderer til en singularitet.

20.c. Et menneske antages at befinde sig i 10 år på Sirius B, målt med et ur, der befinder sig samme sted. Hvor mange år vil han/hun have tilbragt, målt med et ur på jorden ?

21. Vis at paritetsomvending ($\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) er ækvivalent med en spejling (16) i et plan (f.eks. XY planen) efterfulgt af en rotation på 180° omkring den tredje akse (Z).

22. Vis at formelen for et sort huls entropi er korrekt hvad angår (13) dimensionerne. Vis det samme for formelen for temperaturen af et sort hul.

23. Overvej hvorledes det elektriske og det magnetiske felt ($\vec{E}$ og (16) $\vec{B}$) transformerer under henholdsvis en paritetsomvending (P) og en ladningskonjugation (C). Vis at $\vec{E}$ og $\vec{B}$ transformerer uforandret under den kombinerede operation CPT.

24. Einstein synkroniseringen er som nævnt kommutativ og transitiv. Undersøg om dette også gælder for den alternative synkroniseringsforskrift

$$S(A,B) : \quad t'_A - t_B = 2(t_B - t_A).$$

Illustrer opgaven ved hjælp af et spejleksperiment af samme type som fig.20.

25. Kviksølvdampe udsender en spektrallinie med bølgelængden 2,54 (16) 10^{-7} m, idet det anslåede atom henfalder til grundtilstanden.
- 25.a. Find energien af strålingen i eV.
Spektrallinjens energi er ubestemt med størrelsen $\Delta E = 4 \cdot 10^{-7}$ eV p.g. af ubestemthedsrelationen.
- 25.b. Find en omtrentlig værdi for levetiden af den anslåede tilstand.



ISBN 87-87229-15-3